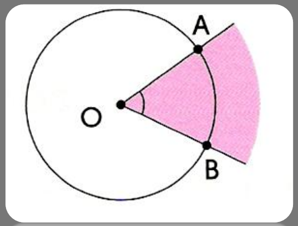
Ângulo ao centro

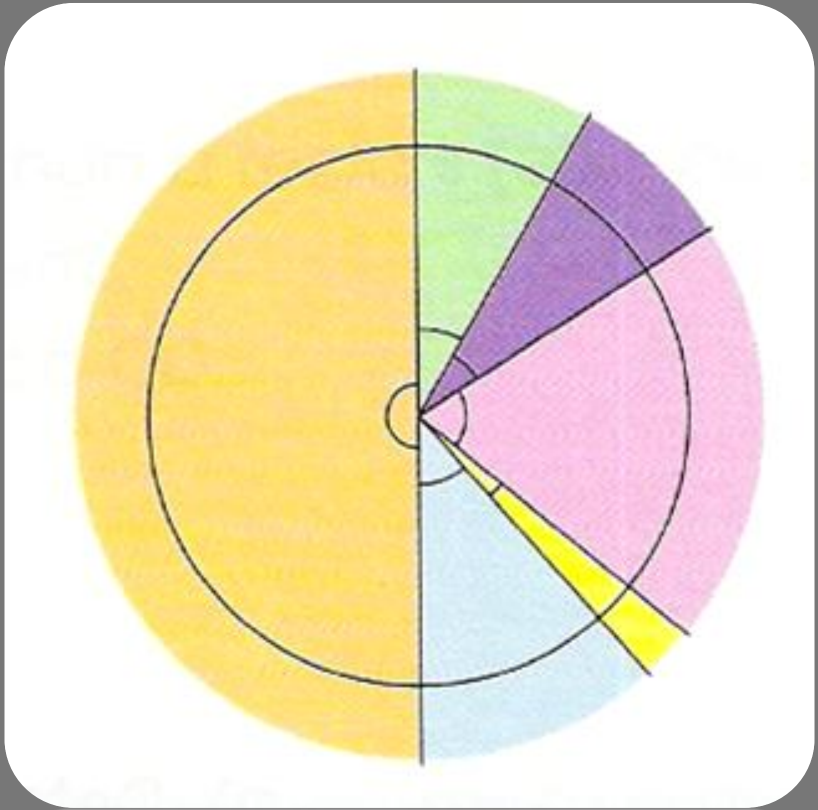
Consideremos a seguinte circunferência de centro O onde está desenhado o ângulo AOB.



Observando a figura podemos concluir que o vértice do ângulo AOB coincide com o centro da circunferência. Os lados deste ângulo, as semirretas $\dot{O}A$ e $\dot{O}B$ são raios da circunferência. Dizemos então, que o ângulo AOB é um ângulo ao centro.

Ângulo ao centro numa circunferência é um ângulo cujo vértice coincide com o centro da circunferência e cujos lados contêm raios da circunferência.

Numa circunferência podemos encontrar vários ângulos ao centro.

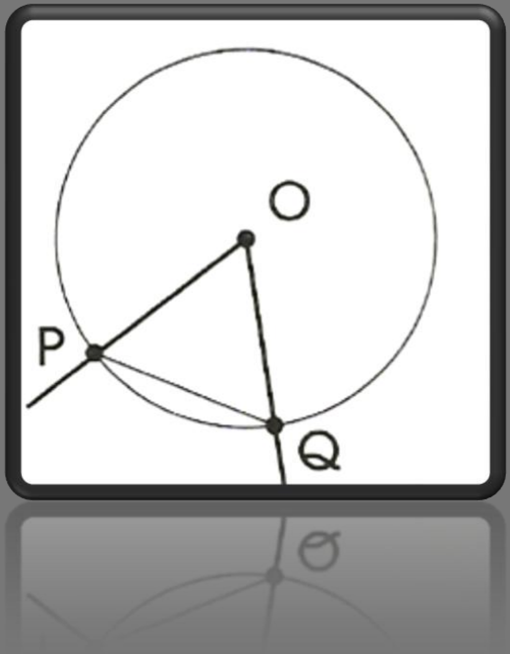


ÂNGULOS AO CENTRO, ARCOS E CORDAS CORRESPONDENTES

Quando consideramos um ângulo ao centro numa circunferência ficam definidos, ainda, uma corda e um arco.

Assim, ao $\angle POQ$ ficam associados:

- o arco PQ
- a corda [PQ]

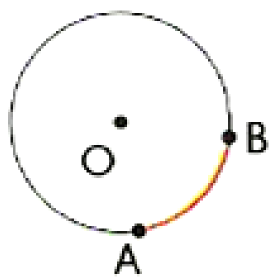


O arco PQ corresponde ao $\angle POQ$

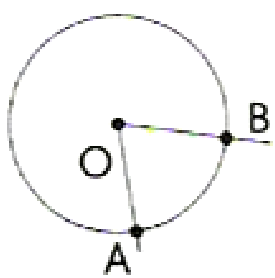
A corda [PQ] corresponde ao $\angle POQ$

Chama-se **arco de circunferência** a qualquer porção da circunferência determinada por dois dos seus pontos, que são os **extremos do arco**.

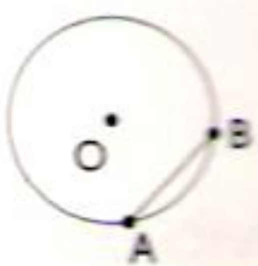
O mesmo acontece se partirmos do arco ou da corda.



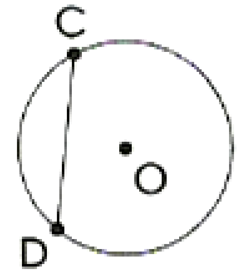
arco AB



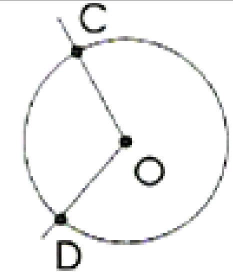
∡ AOB



corda [AB]



corda [CD]



∡ COD

arco CD

Igualdade de arcos, cordas e ângulos ao centro correspondentes

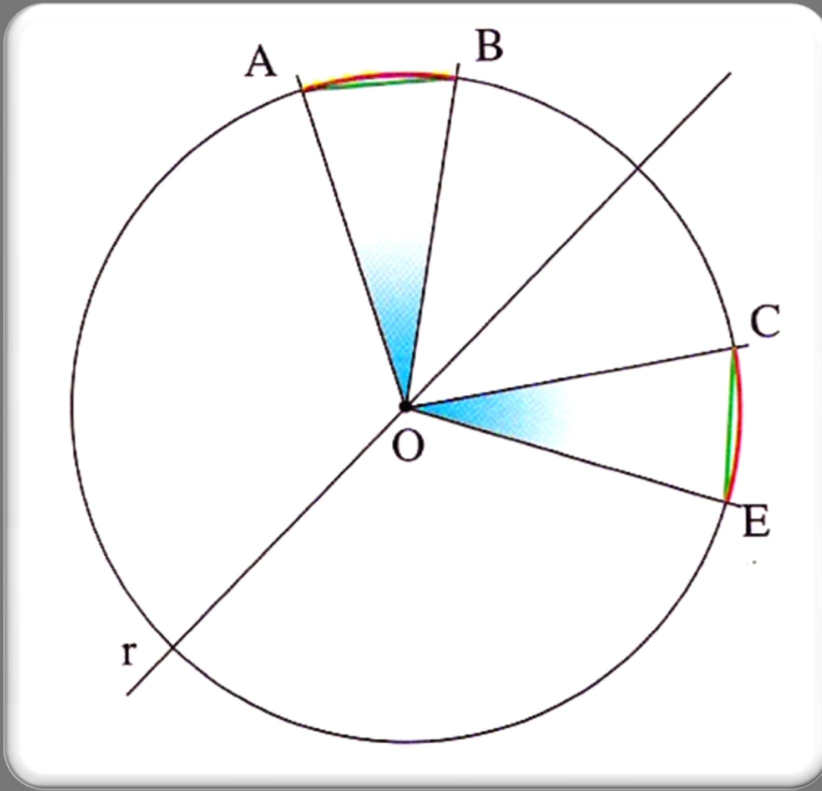
Observa a figura, onde o arco AB é simétrico do arco CE, em relação à recta r.

Se o arco AB é simétrico em relação ao arco CE então:

- Arco AB e arco CE são iguais
- . A é simétrico de E
- B é simétrico de C

Logo,

- As cordas [AB] e [CE] são iguais
- Os ângulos AOB e COE são iguais



Assim:

Numa circunferência, a arcos iguais correspondem cordas e ângulos ao centro iguais

Numa circunferência, **a ângulos ao centro iguais** correspondem **arcos e cordas iguais**.

Numa circunferência, **a cordas iguais** correspondem **arcos e ângulos ao centro iguais**.

Numa circunferência, **a arcos iguais** correspondem **cordas e ângulos ao centro iguais**.

AMPLITUDE DE UM ARCO DE CIRCUNFERÊNCIA

Como sabemos que a ângulos ao centro iguais correspondem arcos iguais (e reciprocamente), podemos dizer, por exemplo, que:

- a um ângulo ao centro de 30º corresponde um arco de 30º;
- a um ângulo ao centro de 90º corresponde um arco de 90º;
-a um ângulo ao centro de 360º (ângulo giro) corresponde um arco de 360º (circunferência).

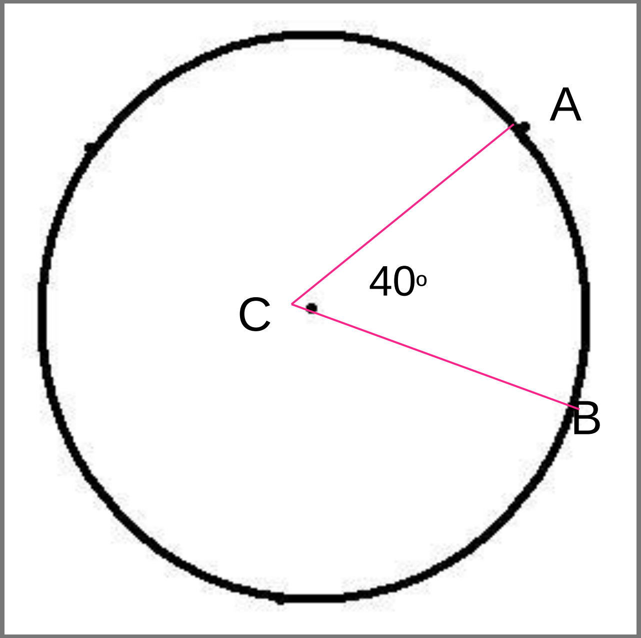
Deste modo,

•As medidas das amplitudes dos ângulos ao centro e dos arcos correspondentes são iguais.

A **amplitude de um arco de circunferência** é igual à amplitude do ângulo ao centro que lhe corresponde.

A amplitude de um arco designa-se por $\widehat{AB}$.

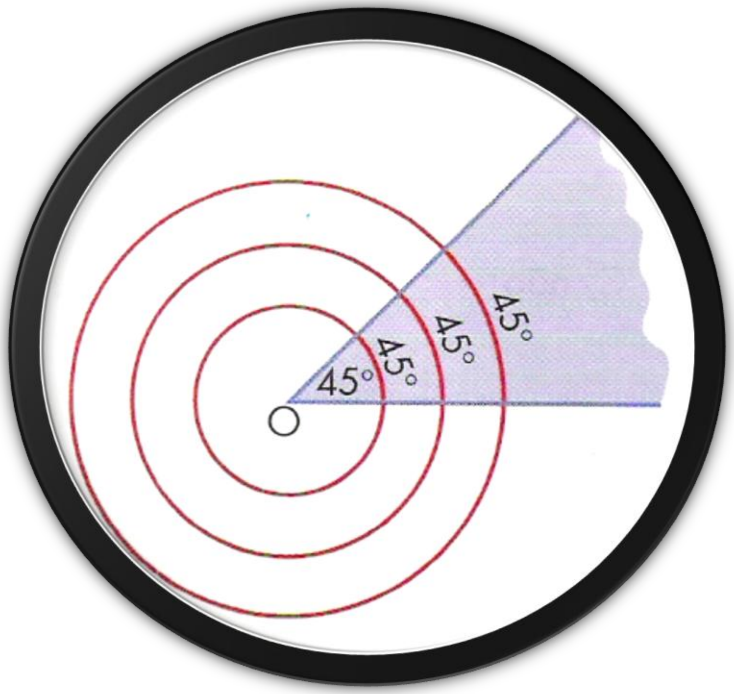
Exemplo:



$$A\hat{C}B = \overset{\frown}{AB} = 40^{\circ}$$

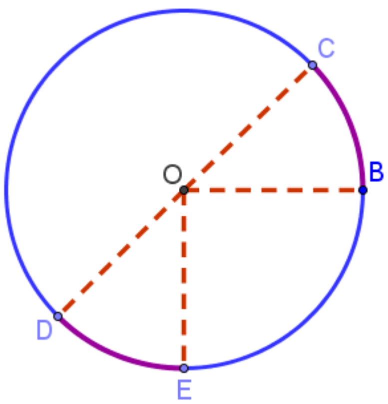
CUIDADO!

Dois ângulos com a mesma amplitude são congruentes.
Mas o **mesmo não acontece** se se tratar de dois arcos com a mesma amplitude, como se observa na figura ao lado.

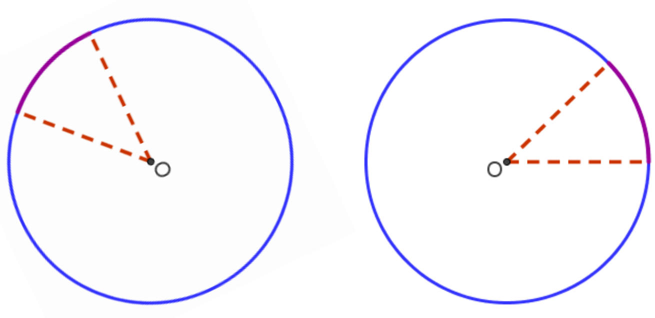


Em que situações é que dois arcos com a mesma amplitude são congruentes?

- No caso de estarem contidos na mesma circunferência.



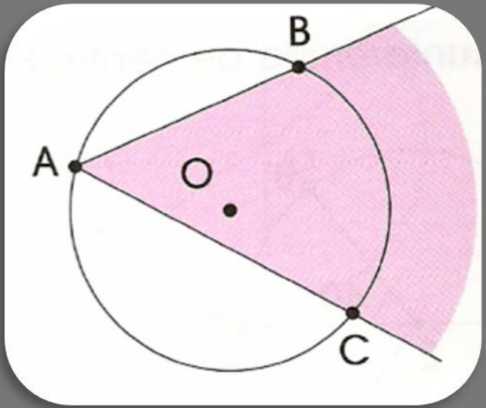
- No caso de estarem contidos em circunferências congruentes.



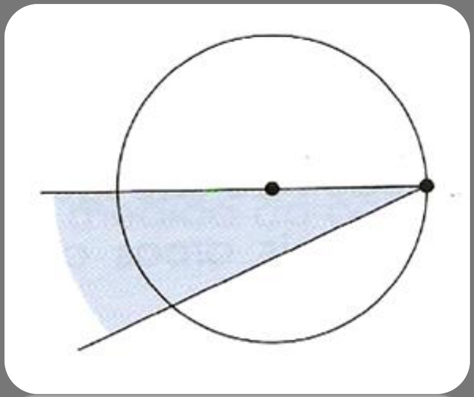
[Geogebra]()

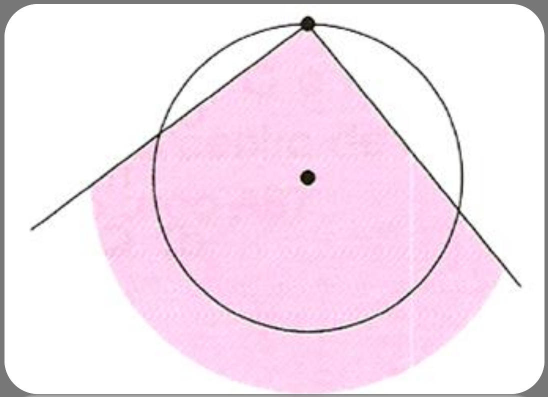
ÂNGULOS INSCRITOS

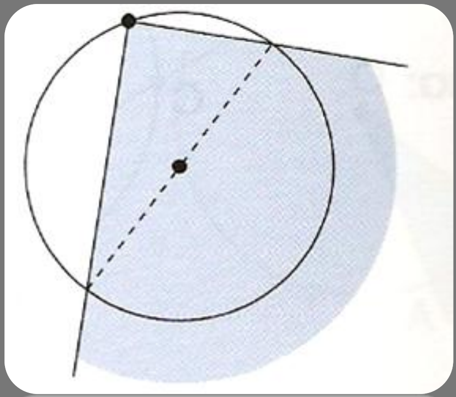
Ângulo inscrito numa circunferência é aquele cujo vértice pertence à circunferência e cujos lados contêm cordas.



Outros exemplos de ângulos inscritos.



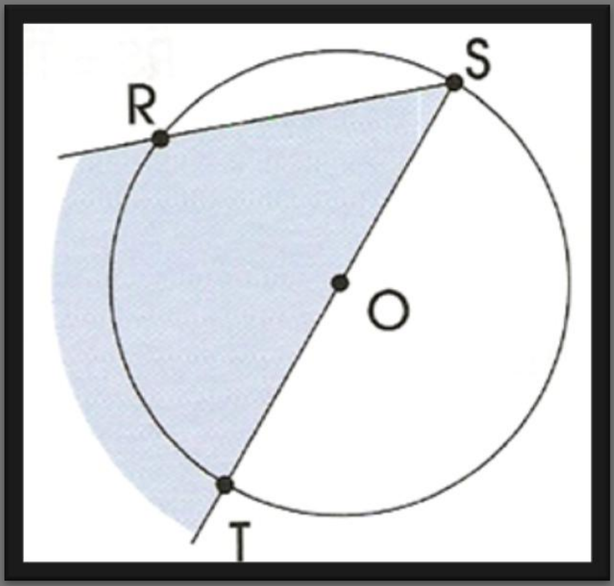




AMPLITUDE DE UM ÂNGULO INSCRITO

Sabendo que $\overset{\frown}{RT} = 100°$, $R\hat{S}T = 50°$

já que $R\hat{S}T = \dfrac{\overset{\frown}{RT}}{2}$

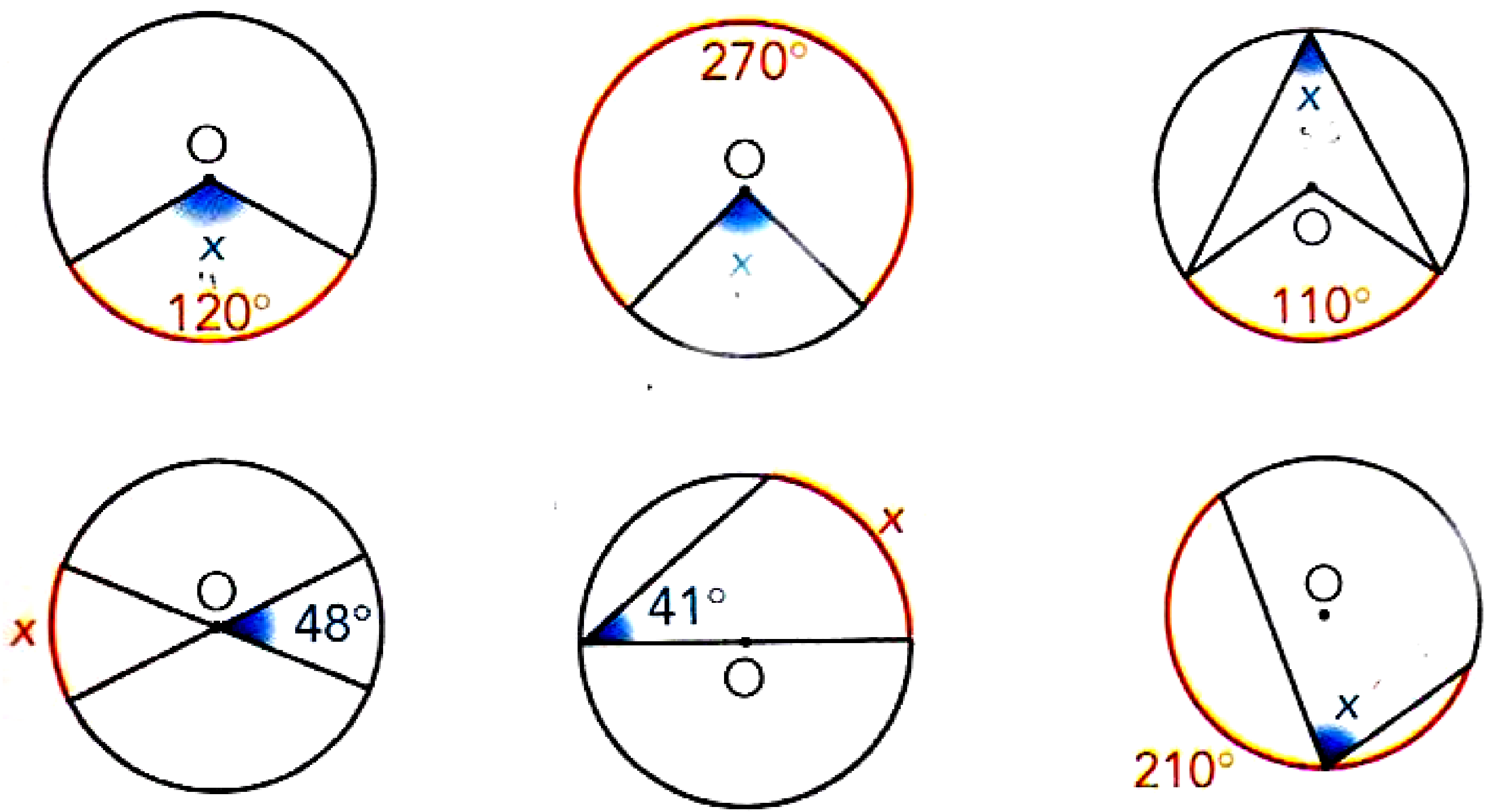


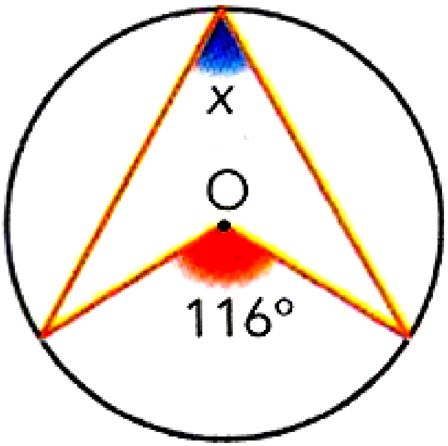
Esta relação verifica-se para qualquer ângulo inscrito.

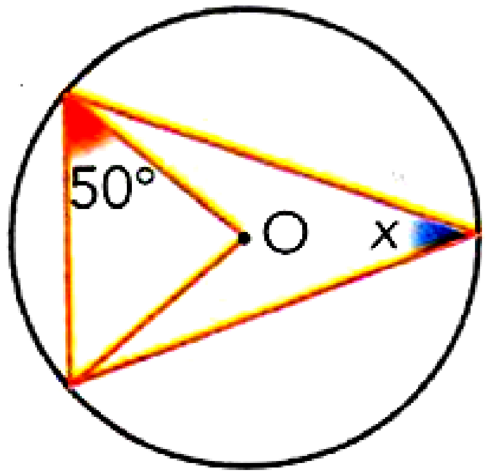
Generalizando:

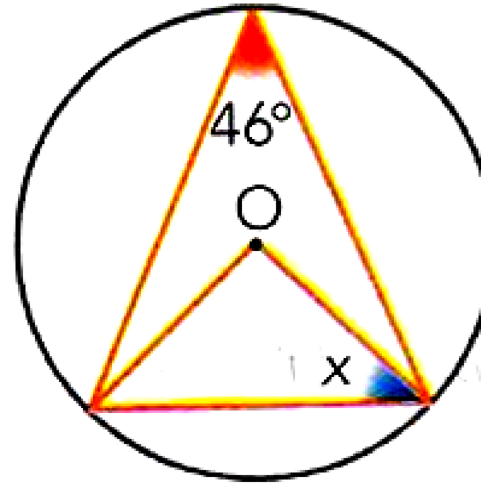
A amplitude de um ângulo inscrito numa circunferência é igual a metade do arco compreendido entre os seus lados (ou, metade do ângulo ao centro correspondente).

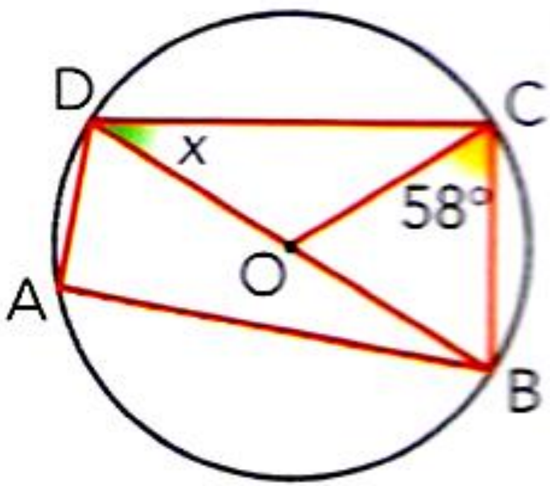
Exemplos: Determina o valor de x.

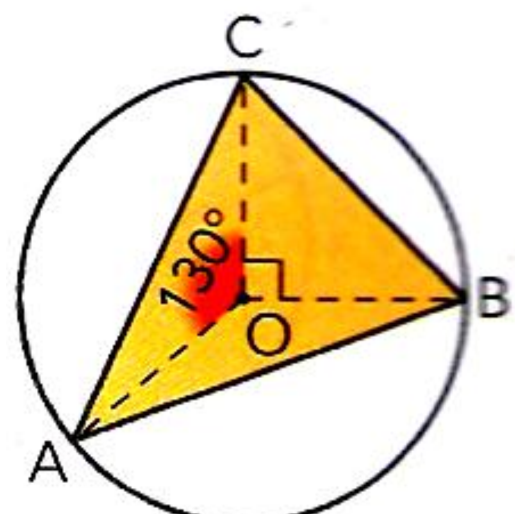


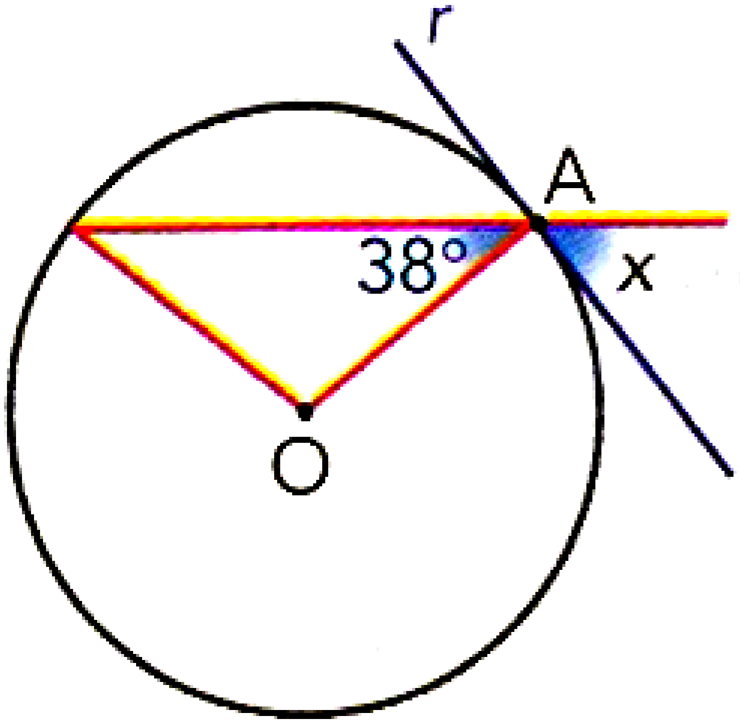

x
O
116°

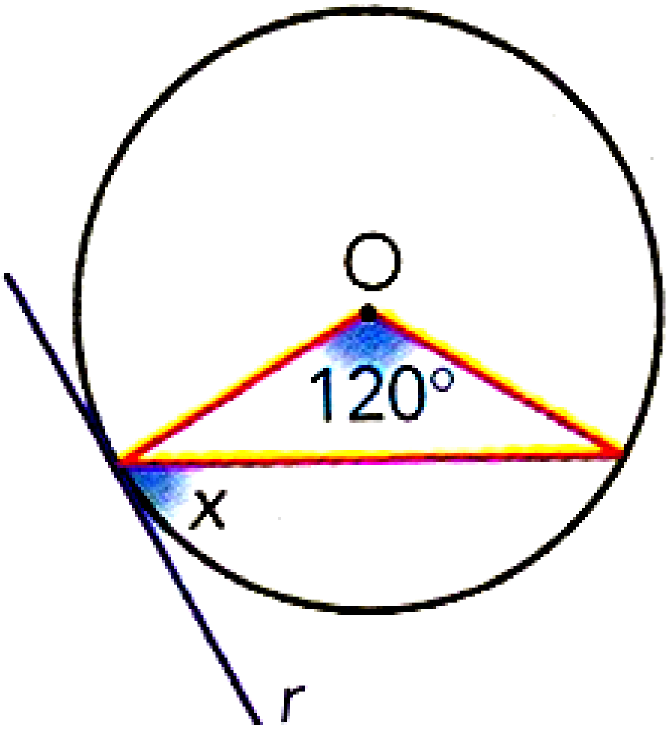

50°
O
x


46°
O
x


D
C
x
58°
O
A
B


C
130°
O
B
A


r
A
38°
x
O


O
120°
x
r

Exercícios da página 31

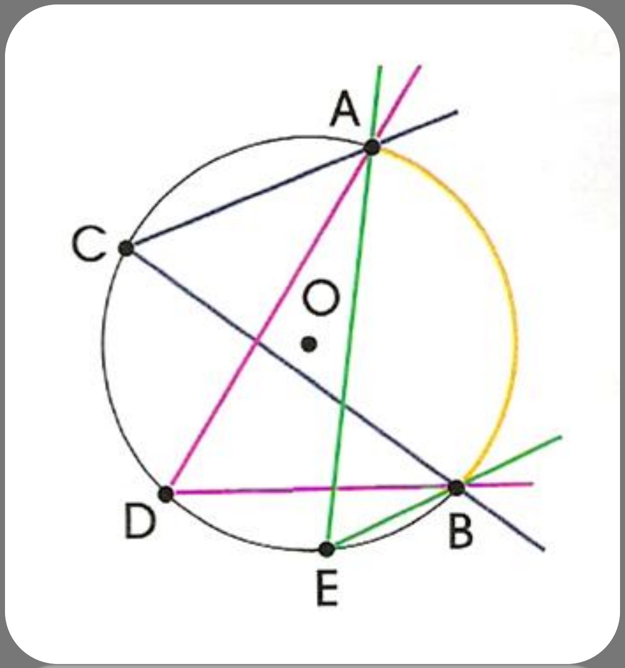
Propriedades que se observam nas circunferências

Ângulos inscritos no mesmo arco de circunferência têm a mesma amplitude.

$$A\hat{C}B = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$$

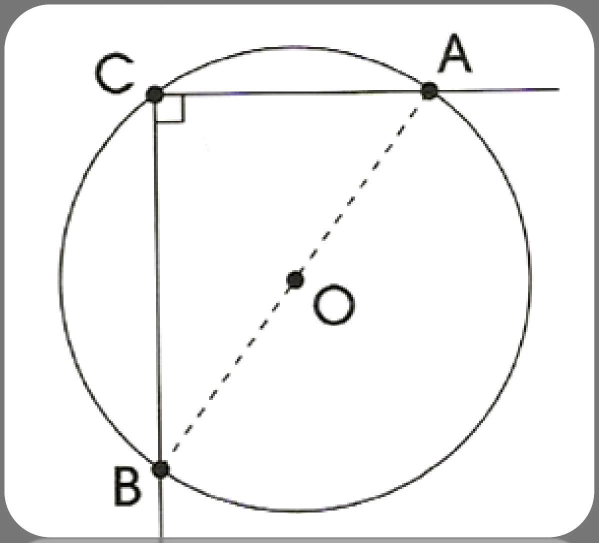
$$A\hat{D}B = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$$

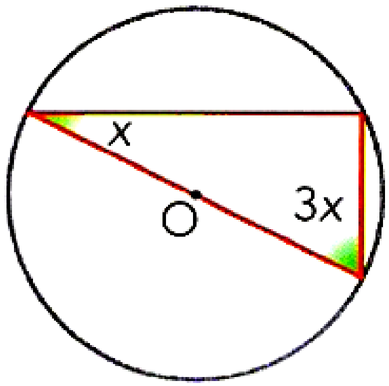
$$A\hat{E}B = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$$

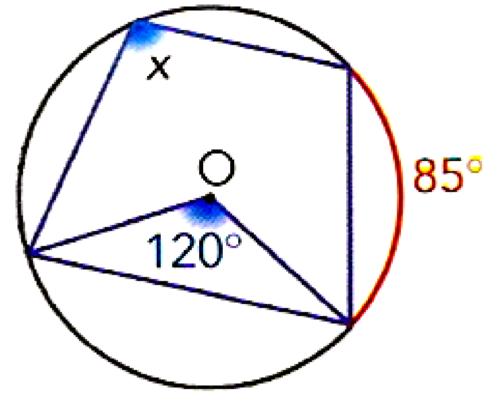


Qualquer ângulo inscrito numa semicircunferência é um ângulo reto.

$$\hat{ACB} = \frac{180^{o}}{2} = 90^{o}$$




x
3x
O


x
O
120°
85°

Consolidação dos conhecimentos

Exercícios das páginas 32 e 35.

ÂNGULOS EXCÊNTRICOS

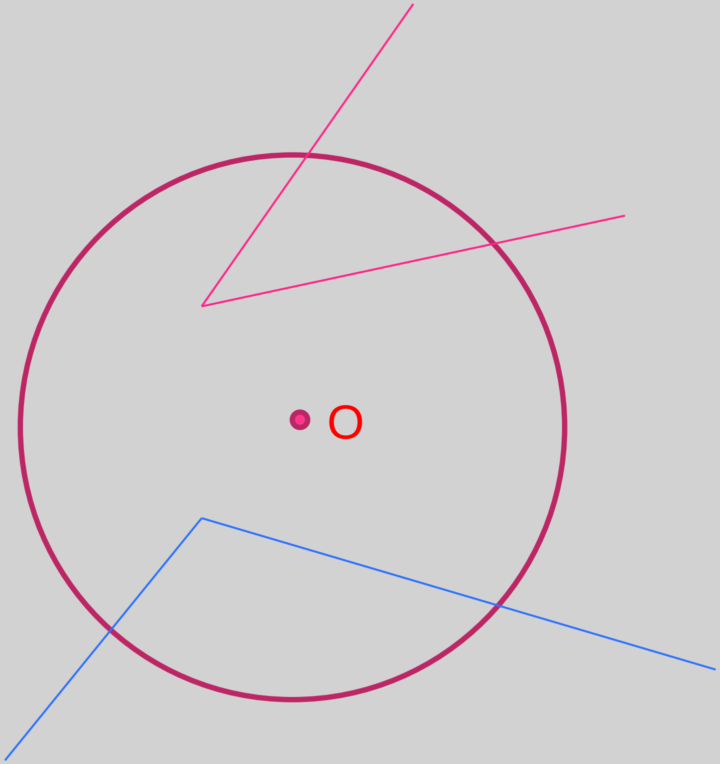
Ângulo excêntrico a uma circunferência

É um ângulo que não tem o vértice no centro da circunferência.

Já estudámos um ângulo excêntrico!
Saberás dizer o nome?

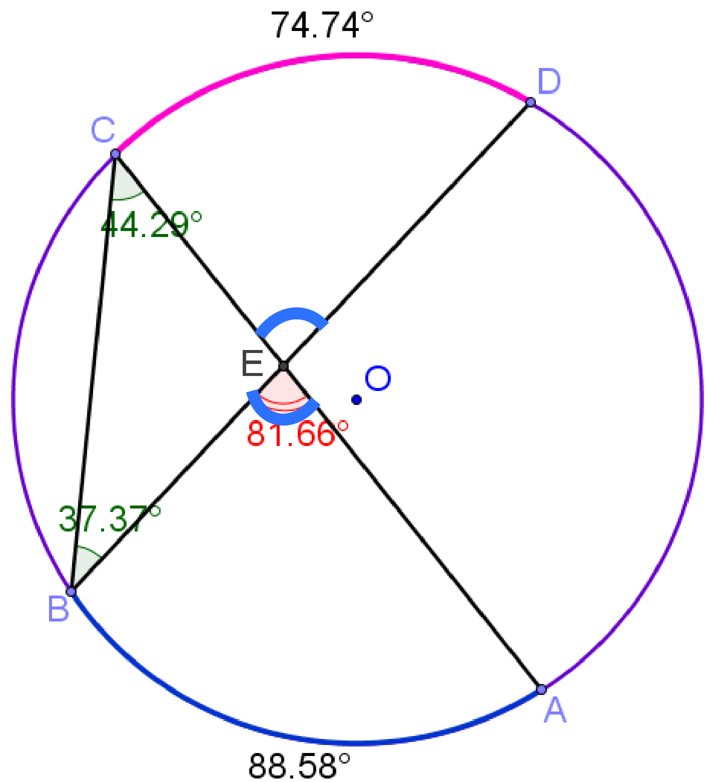
Vamos estudar mais 3 casos de ângulos excêntricos…

ÂNGULO COM VÉRTICE NO INTERIOR DA CIRCUNFERÊNCIA



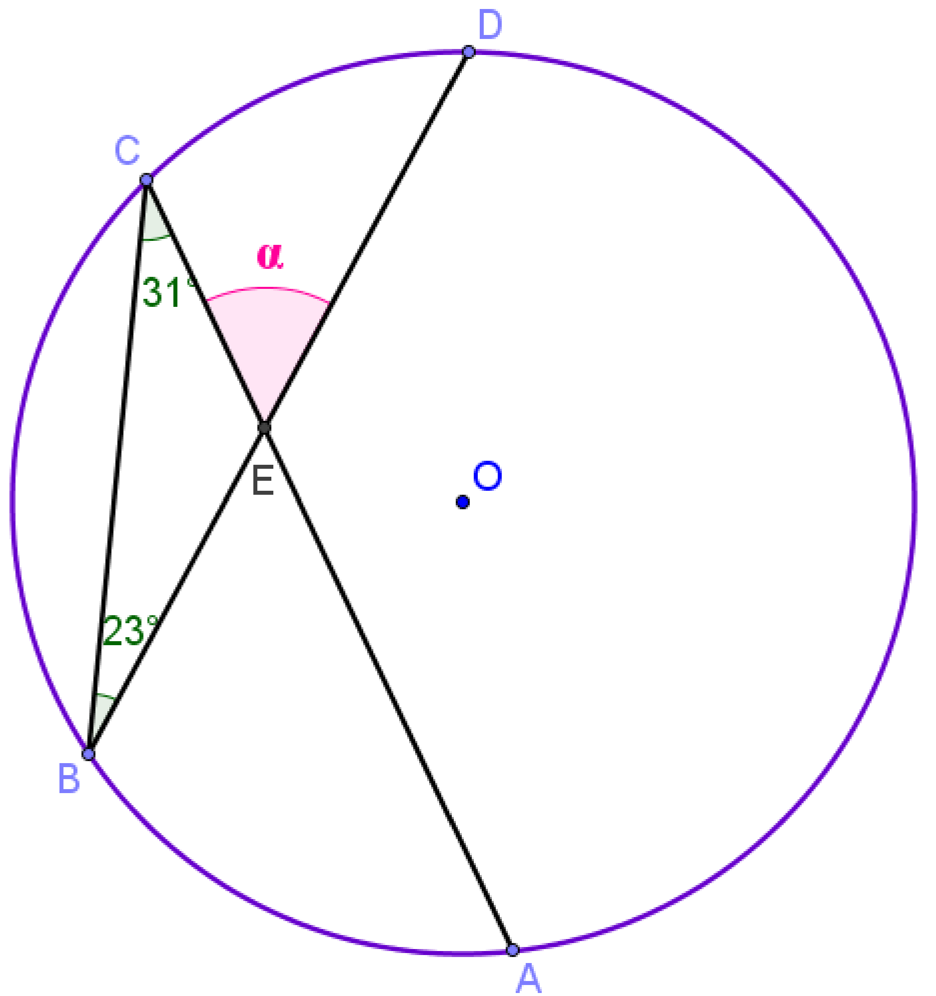
Amplitude de um ângulo com vértice no interior da circunferência

A amplitude de um ângulo com vértice no interior da circunferência é igual à semissoma das amplitudes dos arcos compreendidos entre os lados do ângulo e os seus prolongamentos.

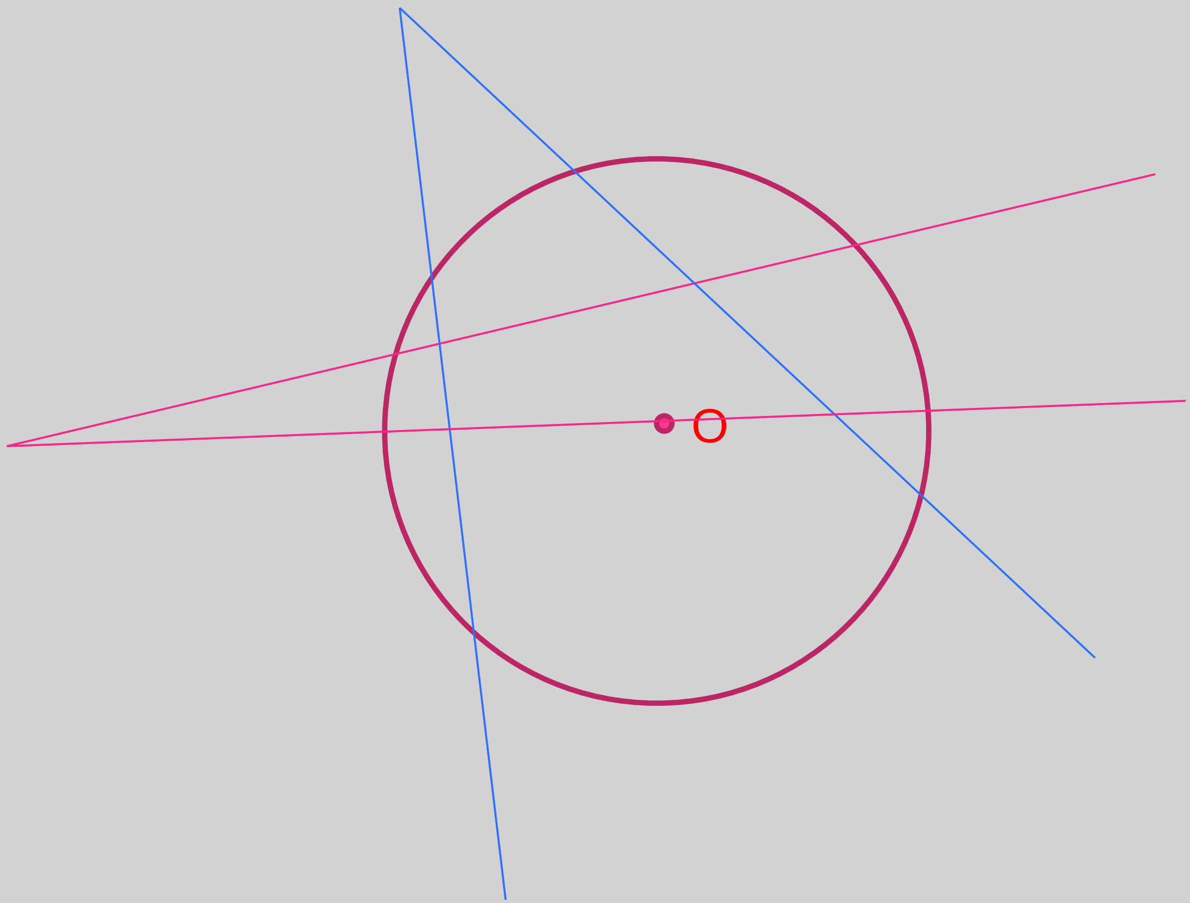


Quadro figura

Determina a amplitude do ângulo alfa.

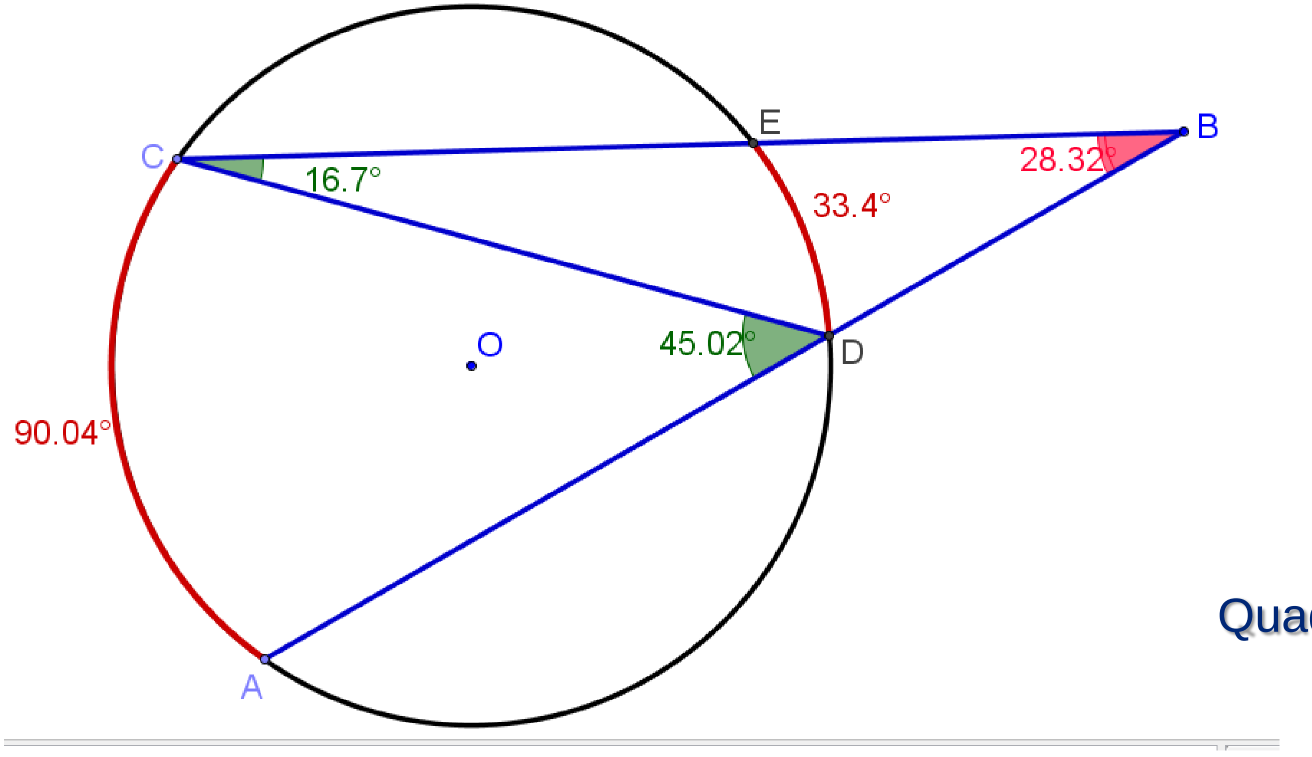


ÂNGULO COM VÉRTICE NO EXTERIOR DA CIRCUNFERÊNCIA



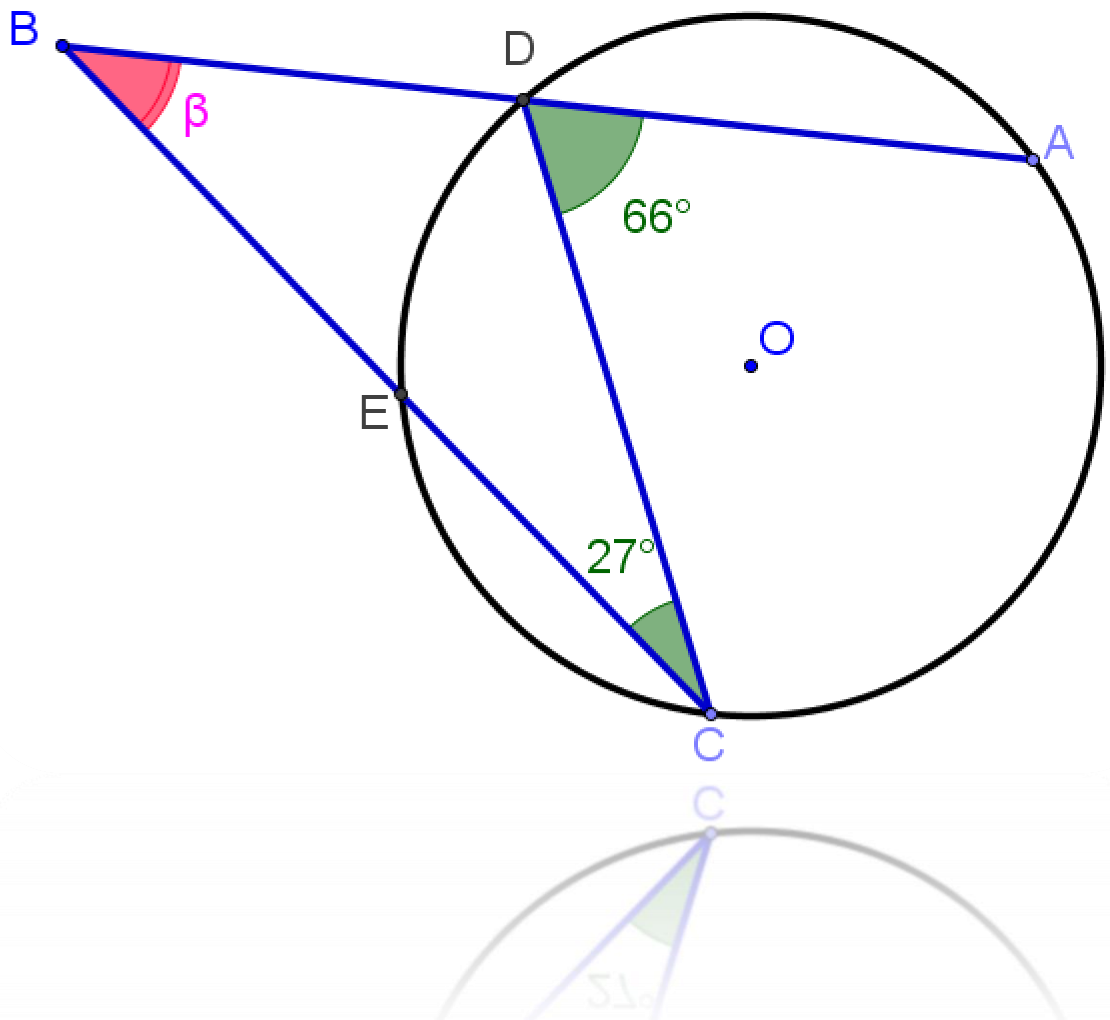
Amplitude de um ângulo com vértice no exterior da circunferência

A amplitude de um ângulo com vértice no exterior da circunferência é igual à semidiferença entre a maior e a menor das amplitudes dos arcos compreendidos entre os seus lados.

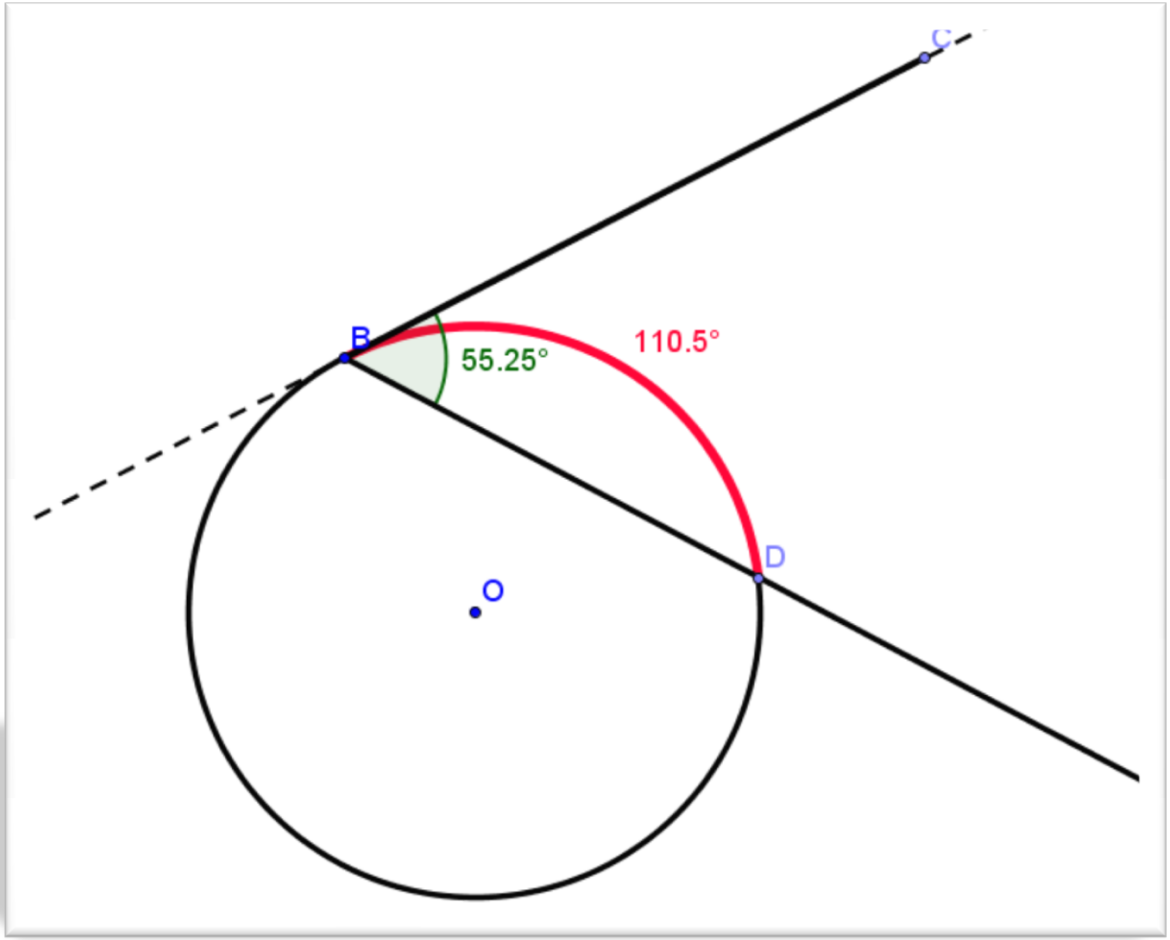


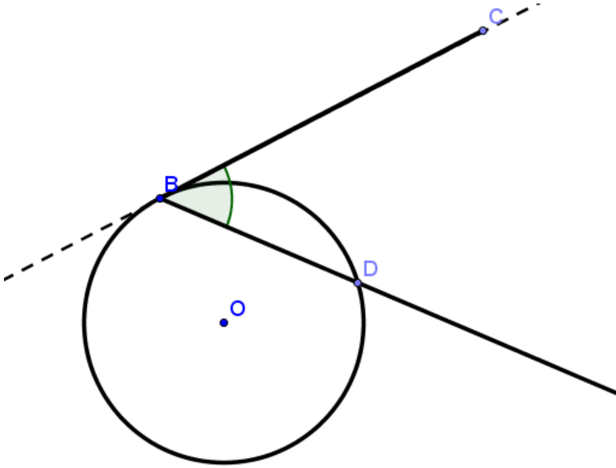
Quadro figura

Determina a amplitude do ângulo beta.



Ângulo de um segmento

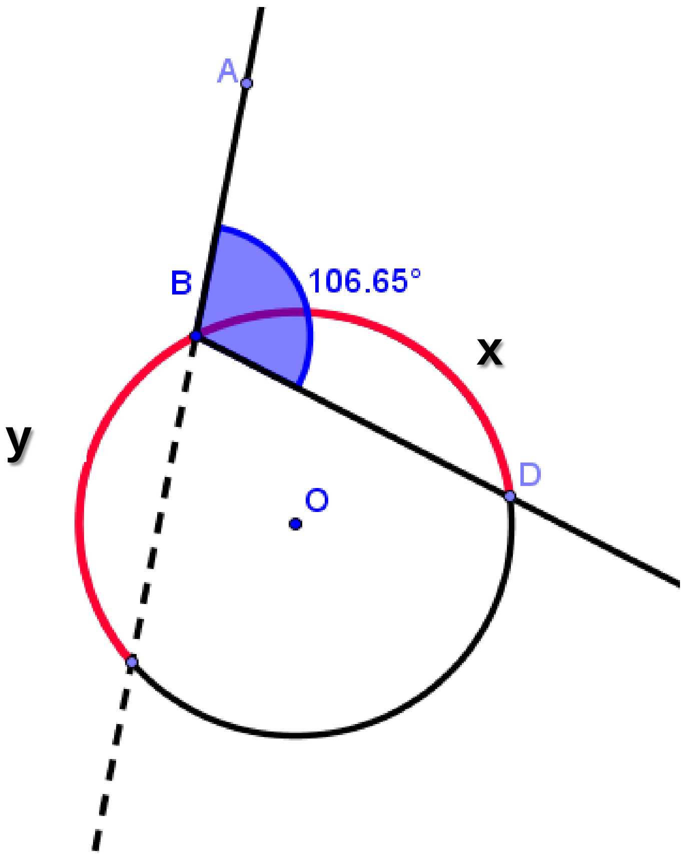


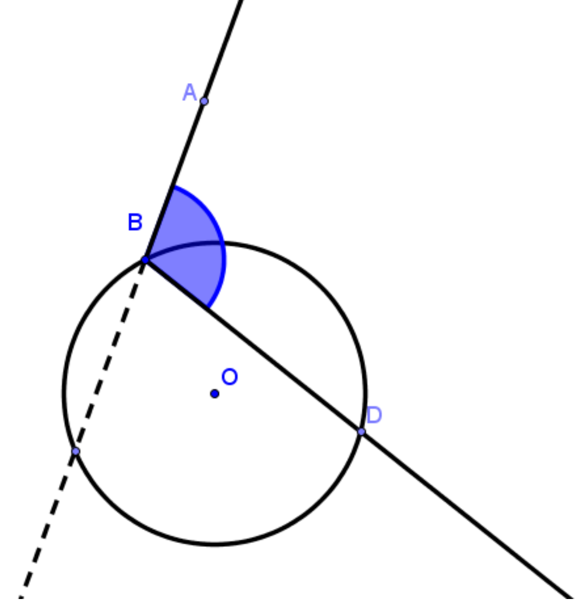


Quadro figura

A amplitude de um ângulo de um segmento é igual a metade da amplitude do arco compreendido entre os seus lados.

Ângulo ex-inscrito





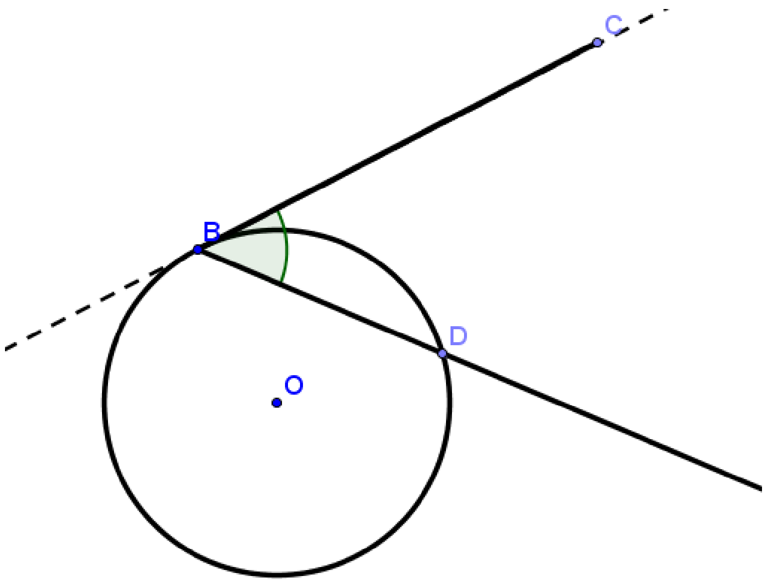
$$\hat{ABD} = \frac{110^{\circ} + 103{,}3^{\circ}}{2} = 106{,}65^{\circ}$$

$$\hat{ABD} = \frac{x + y}{2}$$

É um ângulo suplementar adjacente de um ângulo inscrito.

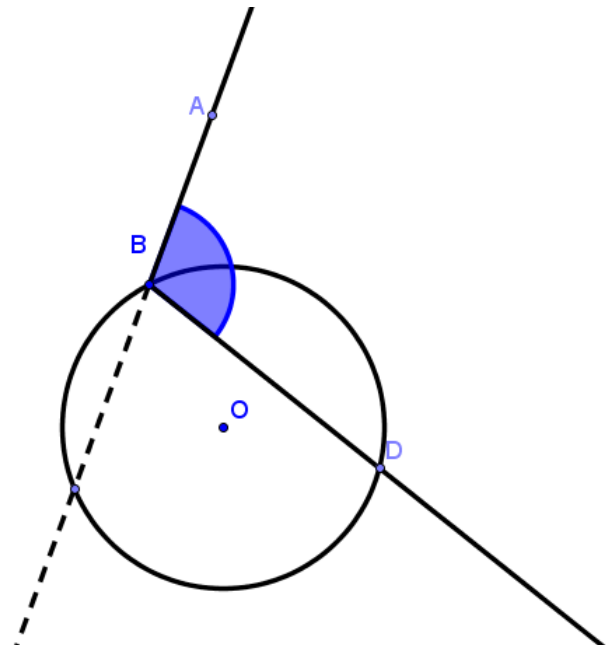
Ângulo de um segmento

Um dos lados do ângulo é tangente à circunferência e o outro lado contém o ponto de tangencia e outro ponto da circunferência.



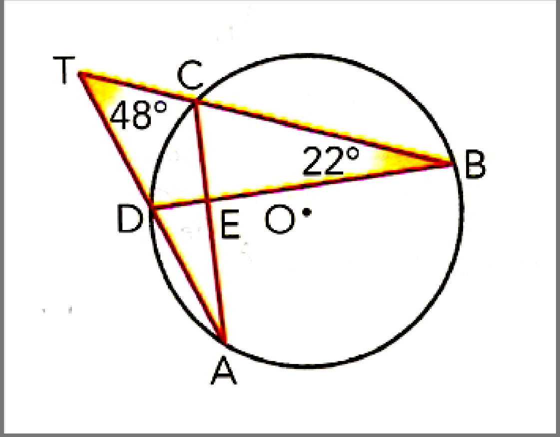
Ângulo ex-inscrito

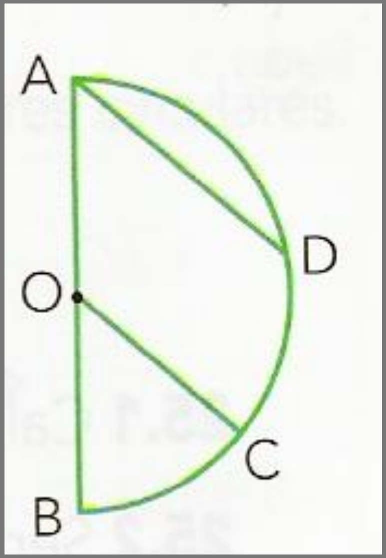
É um ângulo que tem o vértice na circunferência e esta é intersetada por um dos seus lados e pelo prolongamento do outro lado.



Exercícios da página

37, 38, 40 e 41


T
C
48°
22°
B
D
E
O
A


A
D
O
C
B