RETAS E CIRCUNFERÊNCIAS

Diâmetro

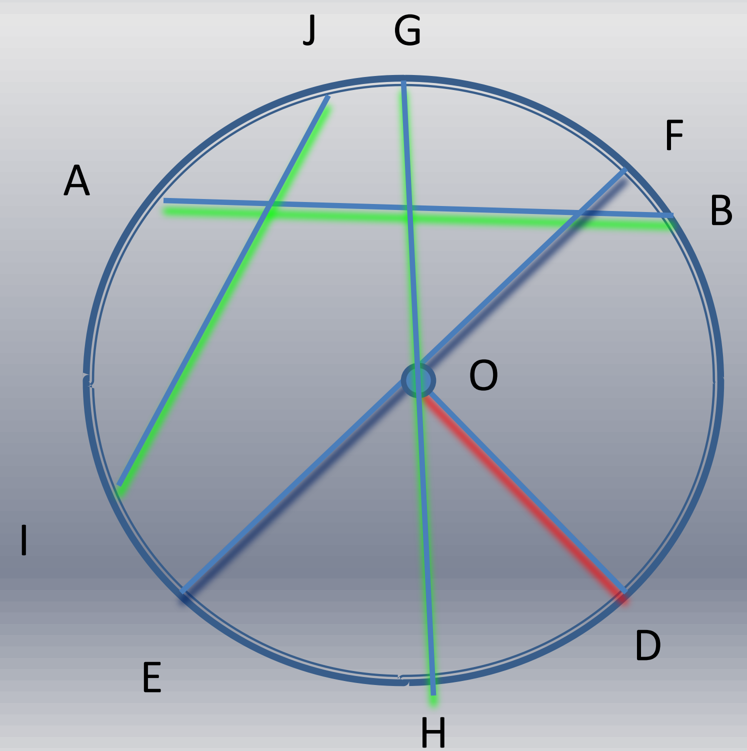
Corda que passa pelo centro da circunferência [EF] e [GH]

Raio

Segmento de reta que une o centro a um ponto da circunferência [OD]

[AB], [IJ], [GH] , são cordas - segmentos de reta que têm por extremos dois pontos quaisquer da circunferência.

Numa circunferência existem infinitas cordas, raios e diâmetros.



Arco

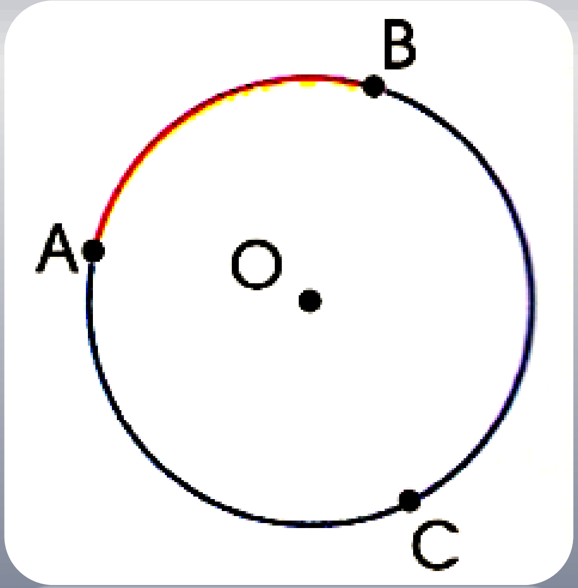
Arco – é a porção de circunferência compreendida entre dois dos seus pontos.

Na circunferência de centro O assinalamos dois pontos A e B.

Desta forma dividimos a circunferência em duas regiões

o arco menor AB

o arco maior ACB

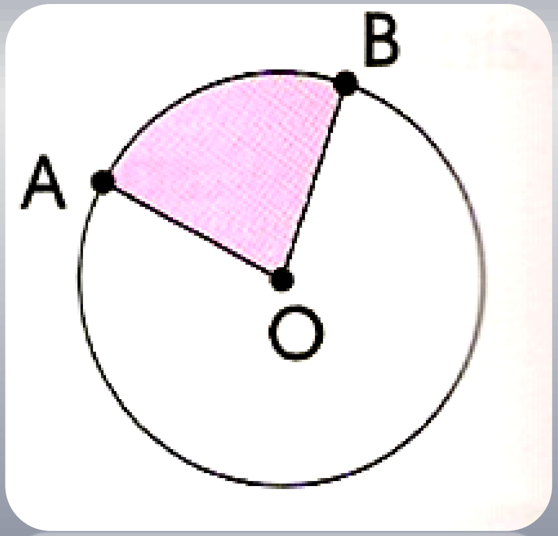


Portanto ao considerarmos dois pontos numa circunferência ficam sempre definidos dois arcos .

$\overset{\frown}{AB}$ representa a amplitude do arco AB

Setor circular

À porção de círculo compreendida entre os raios [OA] e [OB] chamamos **setor circular.**

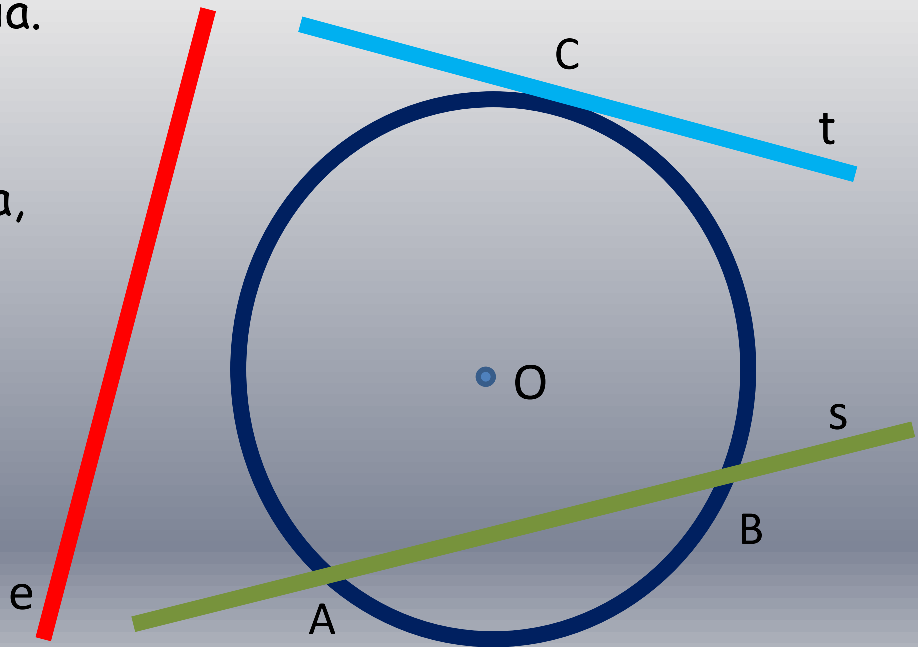


POSIÇÃO RELATIVA DE UMA RETA E DE UMA CIRCUNFERÊNCIA

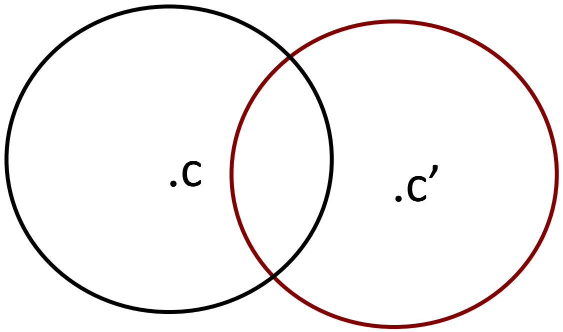
- A **reta s** é **secante** à circunferência, porque a interseta em dois pontos. A reta tem dois pontos em comum com a circunferência.

- A **reta e** é **exterior** à circunferência, porque não a intersecta. A reta não tem pontos em comum com a circunferência.

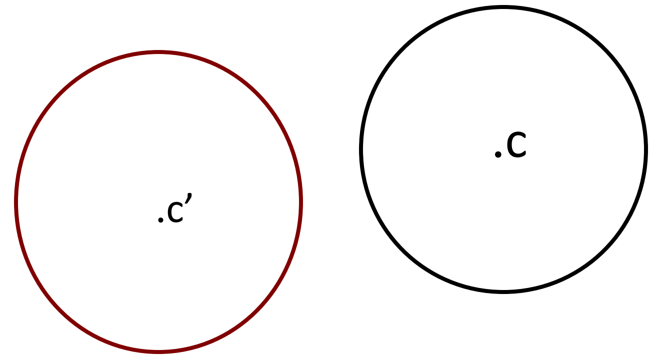
- A **reta t** é **tangente** à circunferência, porque a interseta num só ponto.



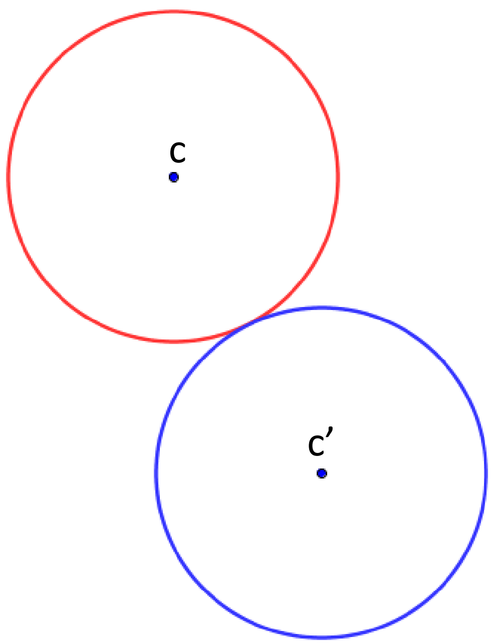
POSIÇÃO RELATIVA DE DUAS CIRCUNFERÊNCIAS



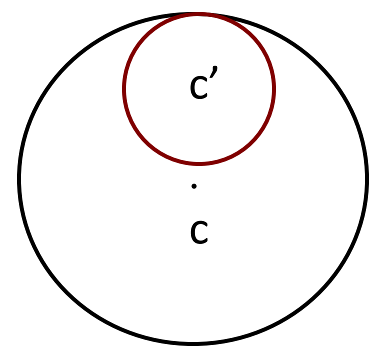
As circunferências são **secantes**.



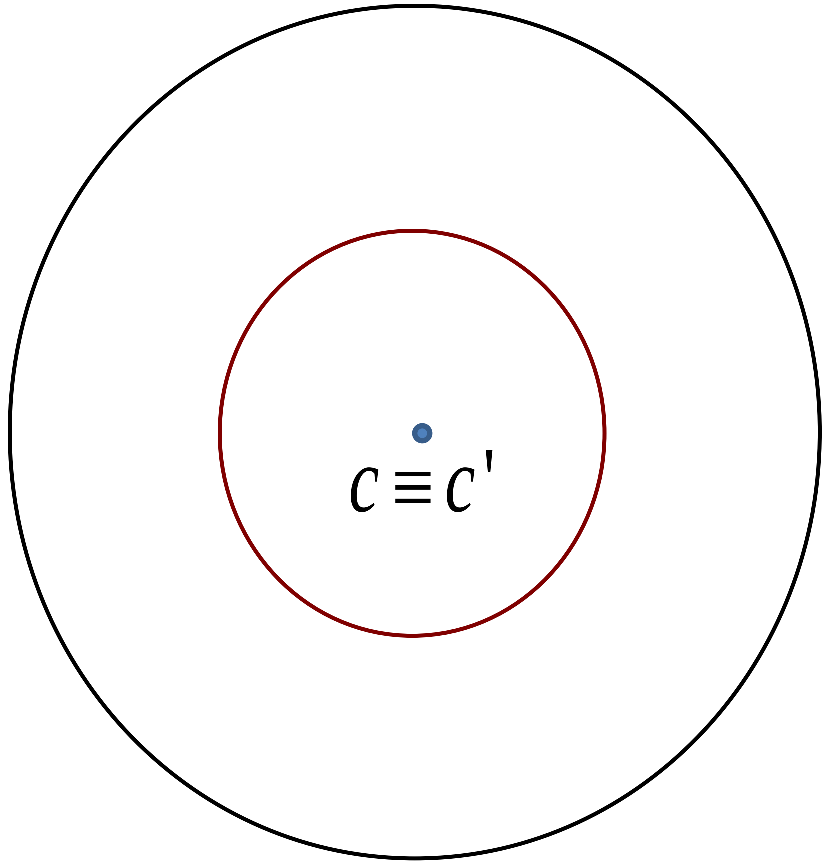
As circunferências são **exteriores**.



As circunferências são **tangentes exteriores**.



As circunferências são **tangentes interiores**.



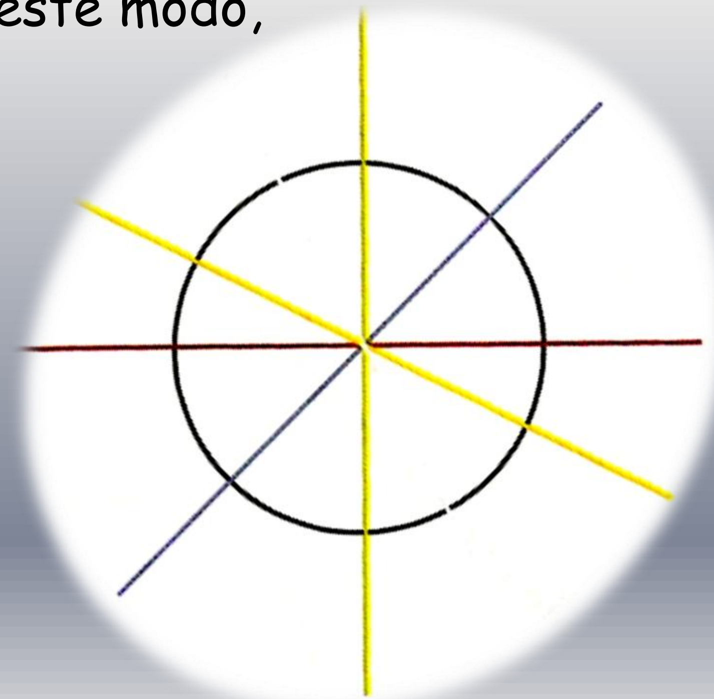
As circunferências são **concêntricas**.

SIMETRIAS NUMA CIRCUNFERÊNCIA

Um eixo de simetria de uma figura divide-a em duas partes iguais. Em particular, um eixo de simetria de uma circunferência divide-a em duas **semicircunferências**.

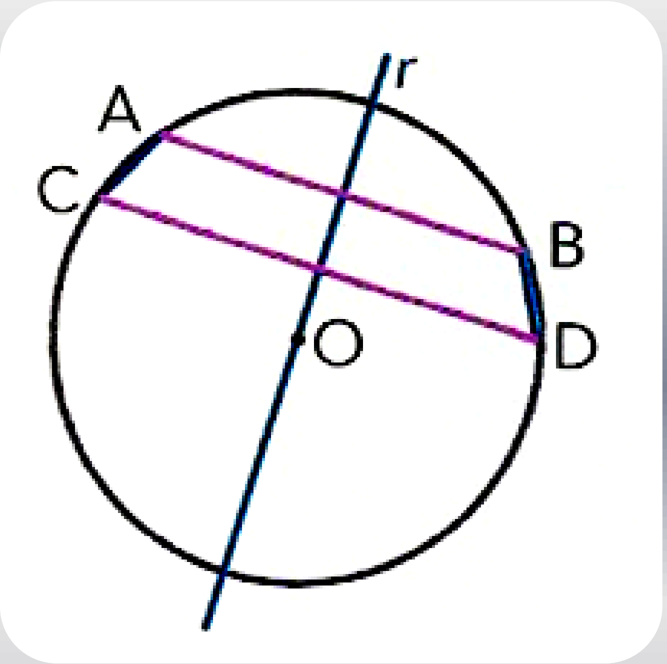
Os eixos de simetria de uma circunferência são todas as retas que passam pelo centro, deste modo,

uma circunferência tem uma infinidade de eixos de simetria.



Propriedade

Cordas entre retas paralelas

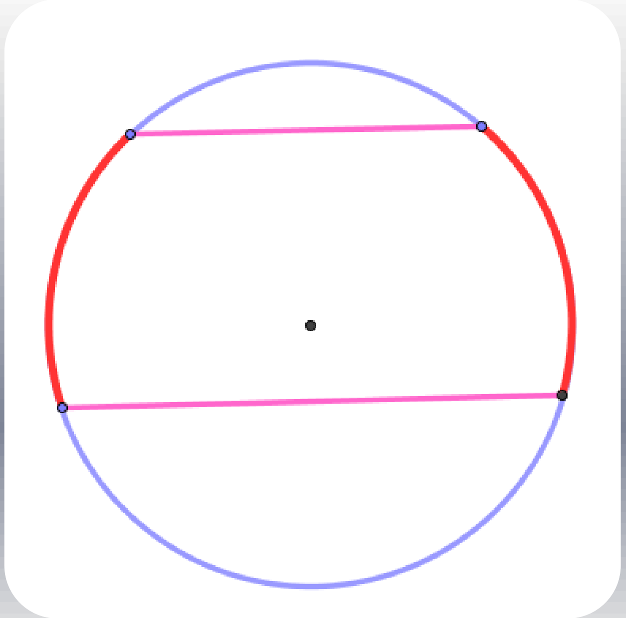


Numa circunferência:

-Duas cordas compreendidas entre retas paralelas são congruentes e vice-versa.

Propriedade

Arcos entre retas paralelas

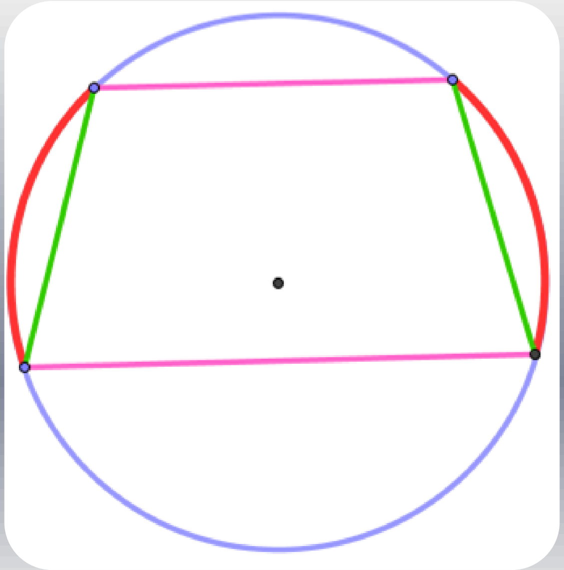


Numa circunferência:

-Arcos compreendidos entre retas paralelas são congruentes e vice-versa.

Propriedades

Arcos e cordas



Cuidado!

Numa circunferência:

-A arcos congruentes correspondem cordas congruentes e vice-versa.

Recordar…

Quadriláteros

Trapézios

Têm pelo menos dois lados paralelos

Trapézios propriamente ditos

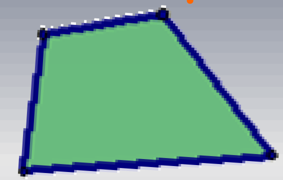
Têm só dois lados paralelos

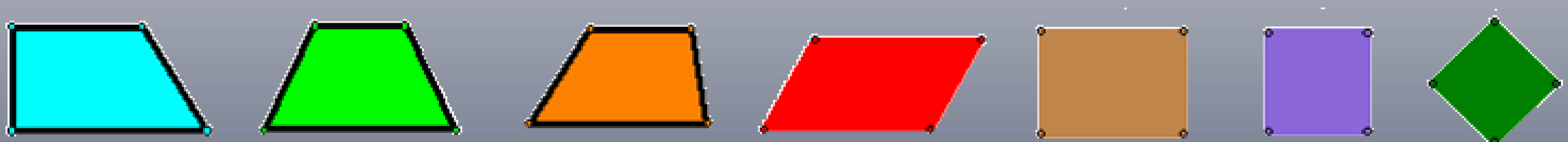
Paralelogramos

Têm os lados opostos paralelos

Não trapézios

Não têm lados paralelos





Trapézio Retângulo | Trapézio Isósceles | Trapézio Escaleno | Paralelogramo | Retângulo | Quadrado | Losango

	Ângulos e lados	Diagonais	Eixos de simetria
Paralelogramo obliquângulo ou paralelogramo não-retângulo G	• Ângulos e lados opostos congruentes • Os ângulos consecutivos são suplementares.	Têm comprimentos iguais, bissetam-se.	Não têm
Retângulo	• Ângulos iguais • Lados opostos g. iguais.	Têm o mesmo comprimento, bissetam-se.	Dois eixos de simetria.
Quadrado	• Quatro ângulos retos. • Quatro lados g. iguais.	Diagonais perpendiculares e geometricamente iguais.	4 eixos de simetria
Losango	• Quatro lados iguais; ângulos opostos iguais	Diagonais perpendiculares e bissetam-se.	2 eixos de simetria

Exercício da página 23 do manual adotado.

Questão 3

Na figura 7 está representada uma circunferência de centro O e um quadrilátero $[ABCD]$, em que A, B, C e D são pontos da circunferência.

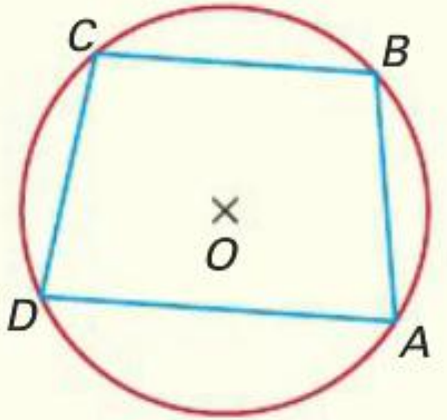


Figura 7

$\overset{\frown}{AB} = 80°$, $\overset{\frown}{CD} = 80°$ e $\overline{AB} = 10$ cm.

3.1. Justifica que o quadrilátero $[ABCD]$ é um trapézio.

3.2. Justifica que $\overline{CD} = 10$ cm.

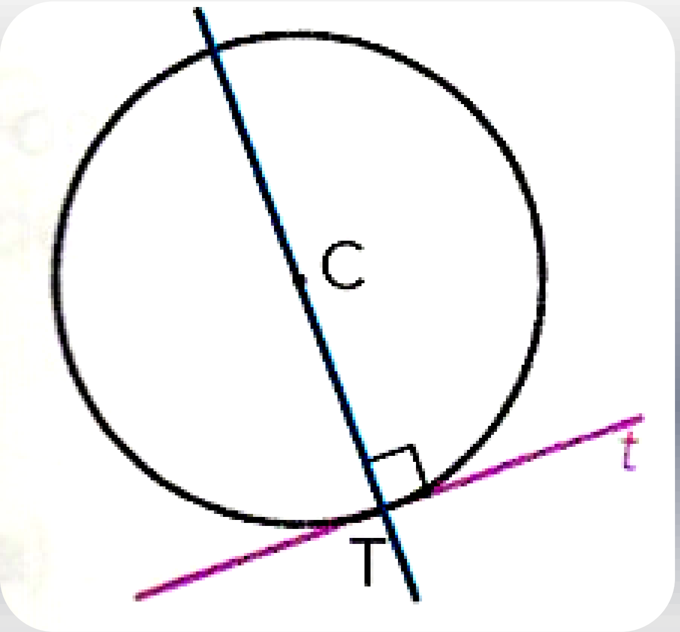
3.1 Numa circunferência, arcos compreendidos entre retas paralelas são congruentes. Logo como os arcos são congruentes (80º), então as retas BC e AD são paralelas. Portanto o quadrilátero [ABCD] é um trapézio, uma vez que tem dois lados paralelos.

3.2 Numa circunferência, cordas compreendidas entre retas paralelas são congruentes. Logo, a corda [AB] é congruente à corda [CD], porque estão compreendidas entre retas paralelas.

Portanto, $\overline{AB} = \overline{CD} = 10\ cm$

RETA TANGENTE A UMA CIRCUNFERÊNCIA

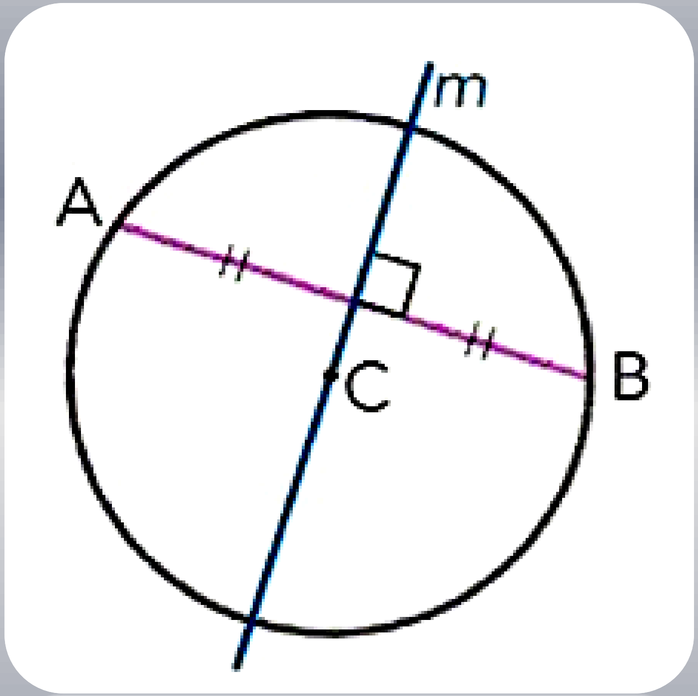
Propriedade



Qualquer reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio que contém o ponto de tangência ou perpendicular à reta que passa no centro e no ponto de tangência.

PERPENDICULAR AO PONTO MÉDIO DE UMA CORDA

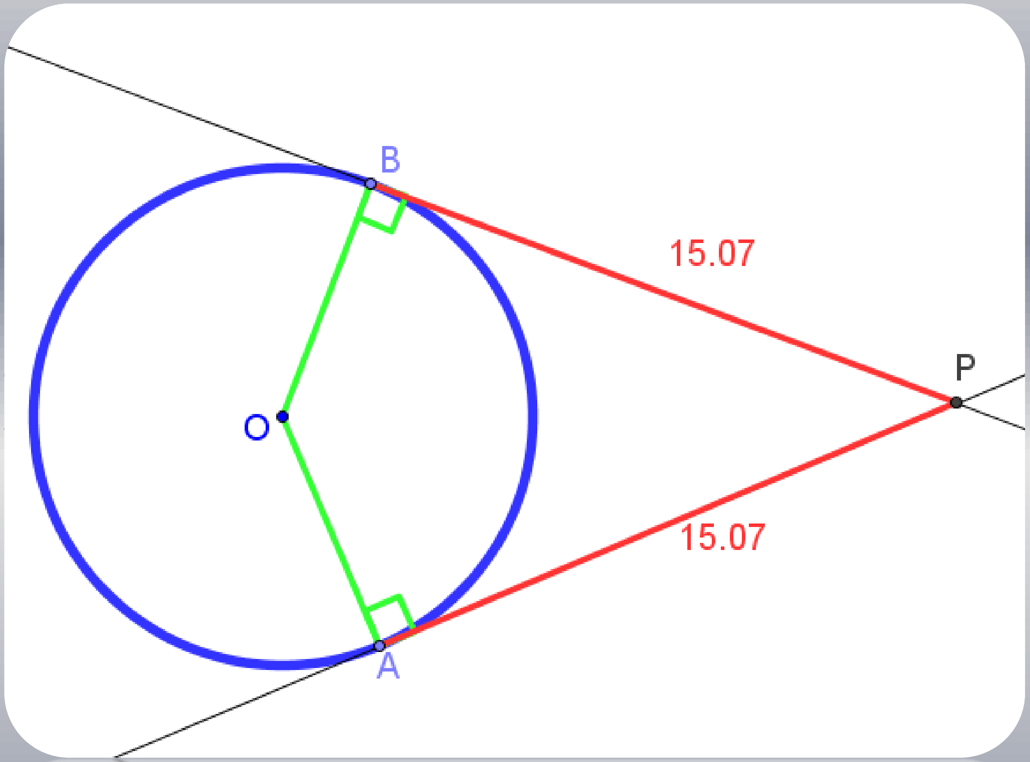
Propriedade



Numa circunferência, uma reta perpendicular a uma corda que passe no seu ponto médio (da corda) passa sempre no centro da circunferência.

Tangentes por um ponto exterior

Propriedade

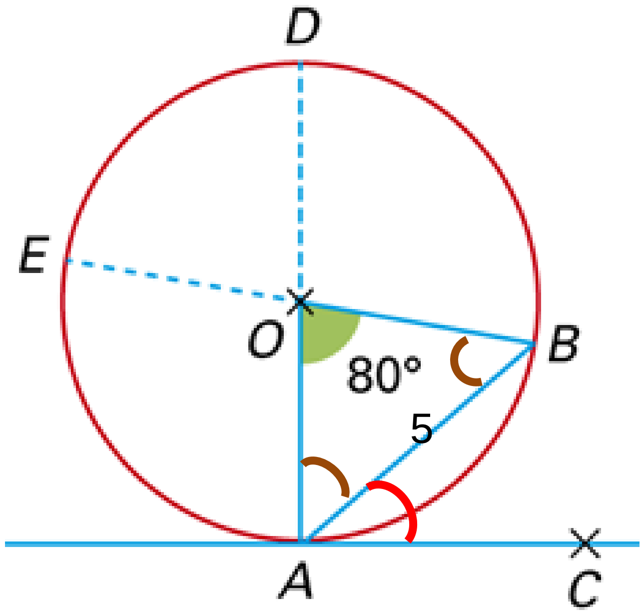


Se AP e BP são retas tangentes a uma circunferência nos pontos A e B, respetivamente então $\overline{AP} = \overline{BP}$.

Exemplo 1

Na figura seguinte, *A* e *B* são pontos de uma circunferência de centro *O*. *AC* é uma reta tangente à circunferência no ponto *A*.

Sabe-se que: $A\hat{O}B$ = 80º e $\overline{AB}$ = 5 cm



1.Mostra que o triângulo [*ABO*] é isósceles.
2.Determina a amplitude do ângulo *CAB.*

3. Calcula $\overline{DE}$

.

Explica como obtiveste a tua resposta.

1. O triângulo [ABO] é isósceles porque os segmentos de reta [AO] e [BO] são raios da circunferência. Logo, tem dois lados iguais, $\overline{AO} = \overline{BO}$

2. Os ângulos OAB e OBA têm a mesma amplitude porque os [AO] e [OB] são raios e a lados iguais opõem-se ângulos iguais, portanto:

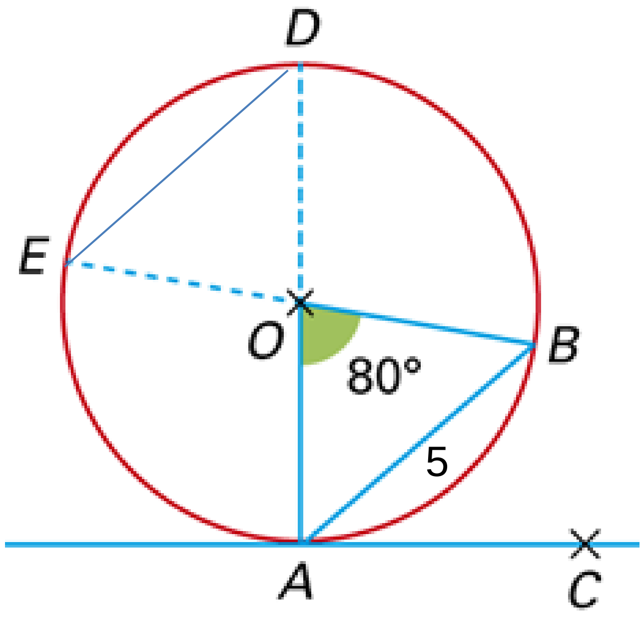
$$O\hat{A}B = \frac{180º - 80º}{2} = 50º$$

Por outro lado, a reta AC é tangente à circunferência logo é perpendicular ao raio que passa pelo ponto de tangência, A. Logo:

$$C\hat{A}B = 90º - 50º = 40º$$

Os triângulos [ABO] e [EOD] são congruentes porque têm, de um para o outro, um ângulo congruente (ângulos EOD e AOB, verticalmente opostos) e os lados que o formam congruentes (raios). O lado homólogo de [AB] é [DE]. Logo,

$$\overline{DE} = \overline{AB} = 5\,cm$$

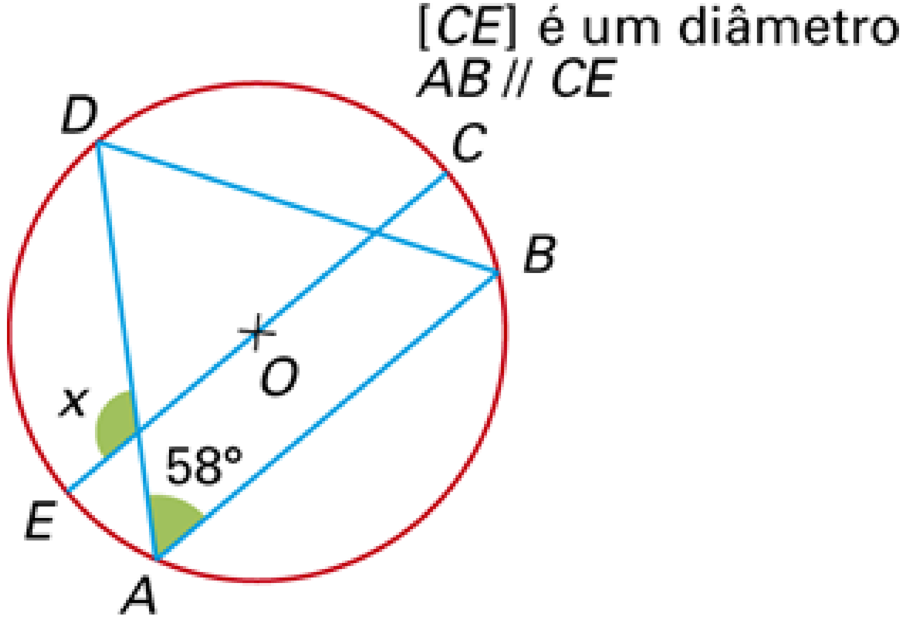


Exemplo 2:

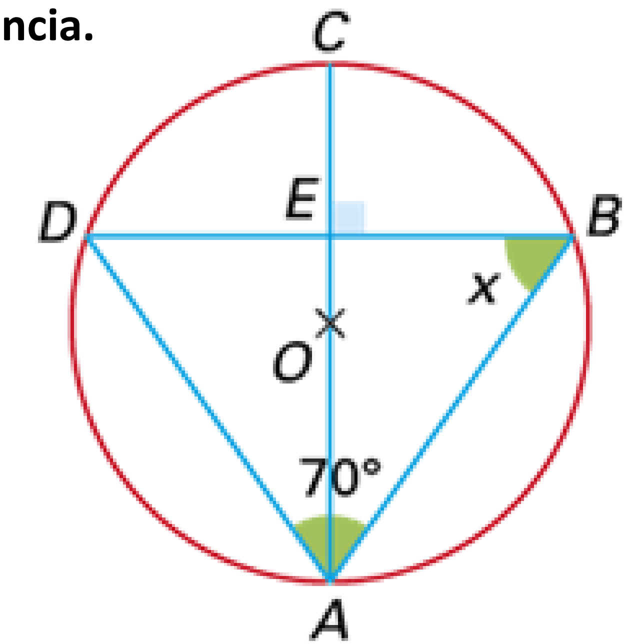
Para cada uma das figuras determina o valor de *x*. Explica como obtiveste a tua resposta.

O ângulo de amplitude x e o ângulo BAD são ângulos de lados paralelos, um obtuso e o outro agudo, logo a sua soma é igual a 180º (são suplementares). Portanto,

$$x = 180º - 58º = 122º$$



Numa circunferência, uma reta perpendicular a uma corda que passe no seu ponto médio (da corda) passa sempre no centro da circunferência.



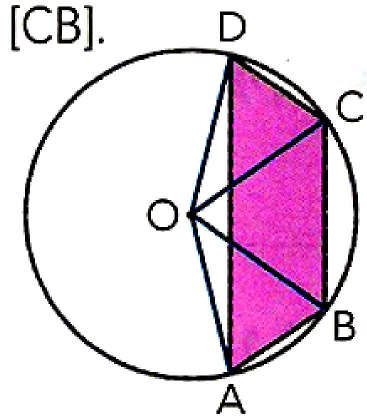
Os triângulos [*AED*] e [*ABE*] são congruentes.

Logo, $B\hat{A}E = \dfrac{70^{o}}{2} = 35^{o}$

$x = 180^{o} - 90^{o} - 35^{o} = 55^{o}$ $\rightarrow$ A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180º.

Resposta: $x = 55^{o}$.

Na figura, [ABCD] é um trapézio isósceles de bases [AD] e [CB].



Mostra que $D\hat{O}C = B\hat{O}A$.

Deduz que $D\hat{O}B = C\hat{O}A$.

EXERCÍCIOS DA PÁGINA 24, 25 e 27

Questão 4

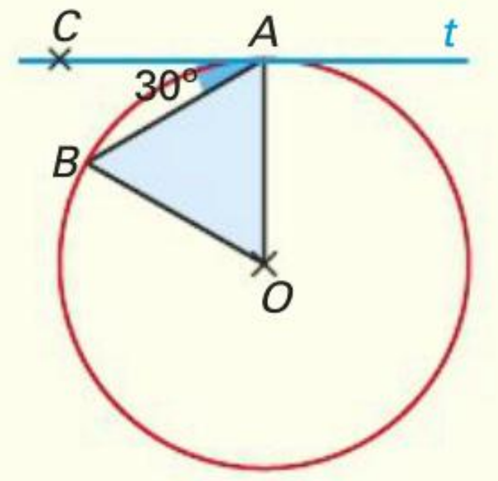


Figura 10

CÂO =90º, porque qualquer reta tangente à circunferência é perpendicular ao raio que passa no ponto de tangência. Assim, $B\hat{A}O = 90º - 30º = 60º$.

Por outro lado, $\overline{AO} = \overline{BO}$, uma vez que [AO] e [BO] são raios da mesma

circunferência e como a lados congruentes opõem-se ângulos congruentes, podemos dizer que $B\hat{A}O = O\hat{B}A = 60º$

Como a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo, mede 180º, então a amplitude do ângulo AOB é 60º (180º-60-60). Deste modo, podemos concluir que o triângulo [AOB] é equilátero porque tem 3 lados iguais, visto que, a ângulos iguais opõem-se lados iguais. c.q.d.

Questão 5

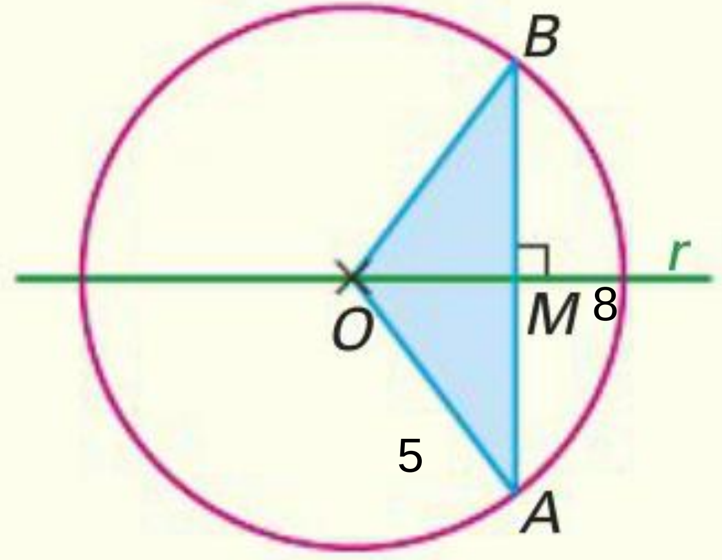


Figura 13

O triângulo [AMO] é retângulo e como a reta r é perpendicular à corda [AB] e passa no centro da circunferência divide a corda em duas congruentes, logo $\overline{AM} = 4$. Aplicando o teorema de Pitágoras, vem:

$$5^2 = 4^2 + \overline{OM}^2 \Leftrightarrow$$

$$25 - 16 = \overline{OM}^2 \Leftrightarrow$$

$$9 = \overline{OM}^2 \underset{\overline{OM}>0}{\Leftrightarrow} \overline{OM} = 3$$

Assim, $\overline{OM} = 3$

$$A_{[OAB]} = \frac{3 \times 8}{2} = 12\ cm^2$$

Observação:
Os triângulos [AMO] e [MOB] são congruentes, uma vez que têm, de um para outro, três lados congruentes.

1.

1.1 a)

Um retângulo têm os lados opostos paralelos, logo

$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{DA}$, porque numa circunferência arcos compreendidos entre retas paralelas são congruentes.

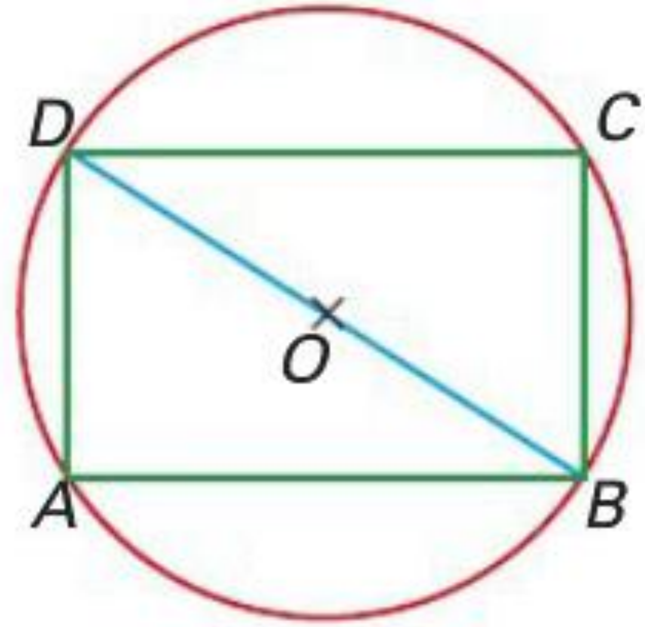


Figura 15

b)

Um retângulo têm os lados opostos paralelos, logo

$\overline{CD} = \overline{AB}$ porque numa circunferência cordas compreendidos entre retas paralelas são congruentes.

1.2 110º

2.1

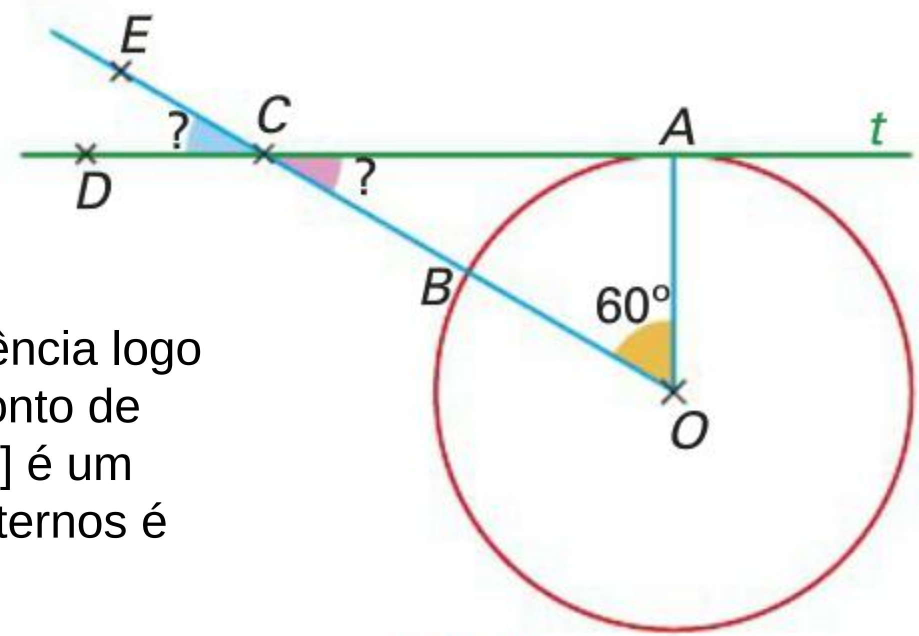


Figura 16

$$C\hat{A}O = 90º$$

Porque a reta t é tangente à circunferência logo perpendicular ao raio que passa no ponto de tangência. Por outro lado, como [AOC] é um triângulo, a soma dos seus ângulos internos é igual a 180º, logo,

$$O\hat{C}A = 180º - 90º - 60º = 30º$$

2.2

$$E\hat{C}D = O\hat{C}A = 30º$$

porque são ângulos verticalmente opostos logo têm a mesma amplitude (são congruentes).

3.

$x=180º-70º=110º$

Porque os ângulos AOB e BOC são suplementares, logo a soma das suas amplitudes é igual a 180º.

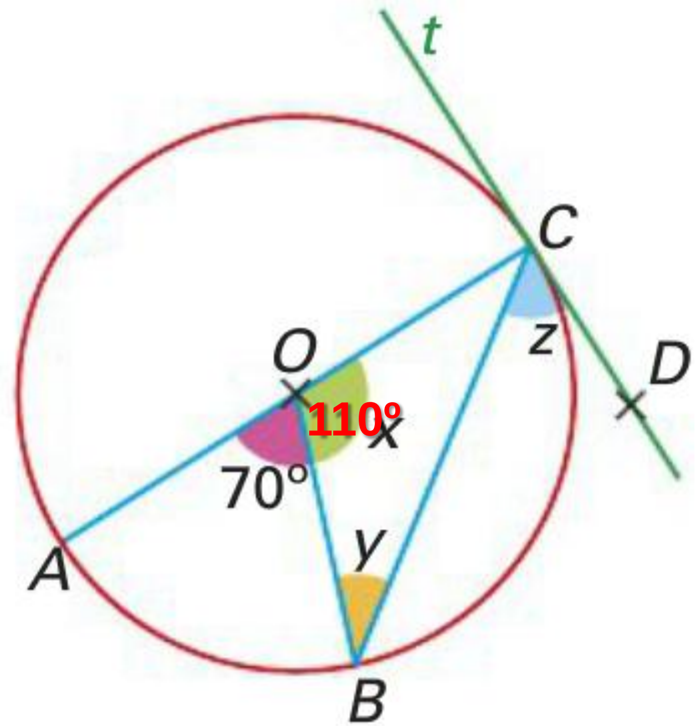


Figura 17

y=?

O triângulo [BOC] é isósceles porque [OB] e [OC] são raios da mesma circunferência.

Logo, $O\hat{B}C = O\hat{C}B$, uma vez que a lados congruentes opõem-se ângulos congruentes e como [BOC] é um triângulo, a soma dos ângulos internos é 180º. Portanto,

$$y=\frac{180º-110º}{2}=35º$$

z=?

$$z = 90^{o} - 35^{o} = 55^{o}$$

Porque a reta, t, é tangente à circunferência no ponto C, logo é perpendicular à reta AC que passa pelo centro e pelo ponto de tangência, C.

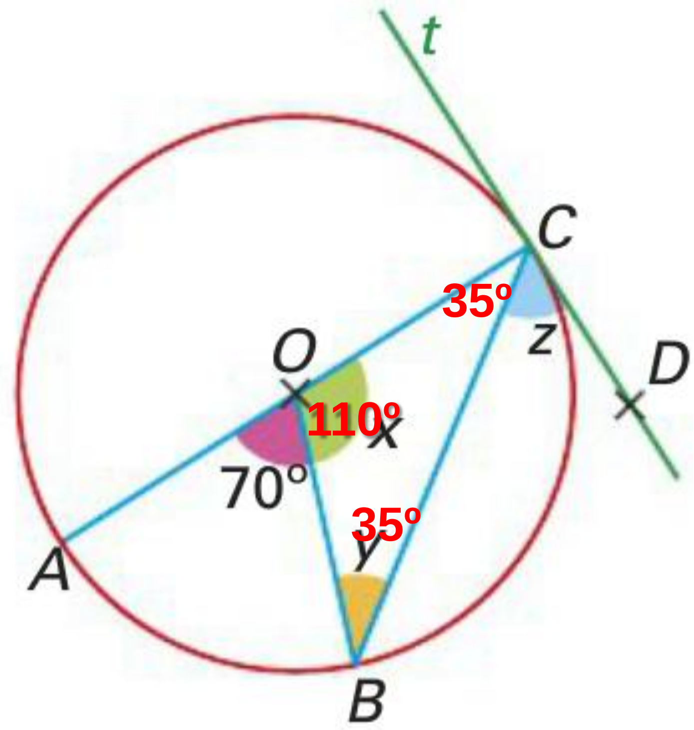


Figura 17