EQUAÇÕES LITERAIS

Observa as equações seguintes:

$$3x + 7y = 1$$

$$3x + 7z = y$$

$$3x + 7 = 0$$

As equações 1 e 2 são equações literais, enquanto que, a equação 3 não é uma equação literal.

Então, qual será a definição de equação literal?

Equações literais – são equações que têm **mais** do que uma variável, isto é, pelo menos 2 variáveis (letras).

Exemplos de equações literais:

- A equação $y = 6x + 2$ que representa uma recta (função afim).

- A equação $y = 6x$ que representa uma recta que passa na origem do referencial (função linear).

(equações do 1.º grau com duas incógnitas)

Geogebra

Quantas soluções têm?

- As fórmulas:

$$A = l^2 \qquad A = \frac{b \times h}{2} \qquad A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

que representam, respectivamente, as áreas do quadrado, do triângulo e do trapézio.

- A equação da relatividade $E = mc^2$.

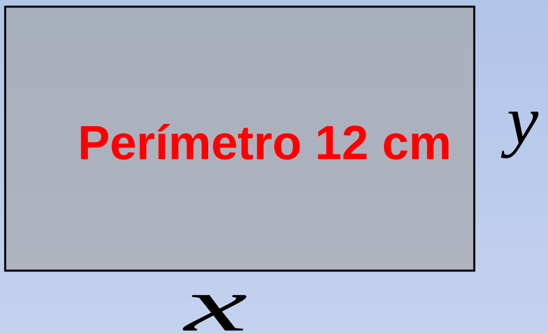
- A fórmula do teorema de Pitágoras $a^2 = b^2 + c^2$

Como resolver equações literais?

As regras para resolver equações, também se aplicam à resolução de uma equação literal, em ordem a qualquer uma das letras que nela figuram.

Exemplo I:

Observa a figura:



A figura sugere a seguinte equação,

$$2x+2y=12$$

Como a equação tem duas variáveis x e y, podemos resolvê-la em ordem a x ou em ordem a y, isto é:

$$2x+2y=12 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2x=12-2y \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{12-2y}{2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x=6-y$$

→ Resolvida em ordem a x

Nota:
Quando uma letra é a incógnita, as outras letras funcionam como se fossem números.

Nota: Diz-se que a equação está resolvida em ordem a x porque a variável x está isolada num dos membros da equação, neste caso no 1.º membro.

ou

$$2x + 2y = 12 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2y = 12 - 2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{12 - 2x}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = 6 - x$$

Resolvida em ordem a y.

Qual o interesse de resolver uma equação em ordem a uma das variáveis?

Sabendo que a largura, y, do rectângulo é 2, qual é o comprimento?

Ora, aqui interessa resolver equação em ordem a x (é a incógnita, o valor desconhecido)

Assim, é muito fácil dar a resposta.

$$x = 6 - y$$

$$x = 6 - 2 \Leftrightarrow x = 4$$

O comprimento é 4.

Mas, se a pergunta fosse:

Sabendo que o comprimento, x *, do rectângulo é 3, qual é a largura?*

Neste caso já interessava resolver a equação em ordem a y.

$$y = 6 - x$$

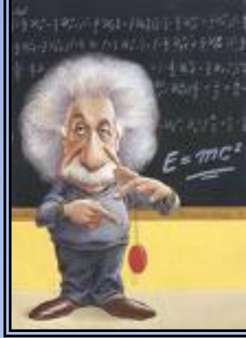
$$y = 6 - 3 \Leftrightarrow y = 3$$

Se se pretende determinar o comprimento do rectângulo, então, interessa resolver a equação em ordem a x. Por outro lado, se se quisesse saber a sua largura, neste caso, já interessava resolver a equação em ordem a y.

Conclusão:

Uma equação literal resolve-se em ordem a uma das letras (variáveis) que se considera a incógnita (valor desconhecido). As outras letras funcionam como números (valores dados).

As regras já conhecidas para resolver equações são também aplicáveis na resolução de equações literais.



Exemplo II

A equação $E=mc^2$ em que:
E- energia
m- quantidade de matéria
c- velocidade da luz

Descoberta de Einstein apontava para a possibilidade de se obterem grandes quantidades de energia a partir de pequenas quantidades de matéria. A bomba atómica é um dos frutos desta equação.

Resolve a equação em ordem a m e depois em ordem a c.

$$E = mc^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{E}{c^2} = \frac{mc^2}{c^2} \Leftrightarrow m = \frac{E}{c^2}$$

Resolvida em ordem a m.

$$E = mc^2 \Leftrightarrow c^2 = \frac{E}{m} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow c = \pm\sqrt{\frac{E}{m}}$$

Resolvida em ordem a c.

Exemplo III

A fórmula V=c.l.h serve para determinar o volume de uma caixa de cereais.

Resolve a equação em ordem a c.

Neste caso, c é a incógnita.

Para isolar c divide-se ambos os membros por lh e depois simplifica-se.

$$\frac{V}{lh} = \frac{c.\cancel{l}.\cancel{h}}{\cancel{l}\cancel{h}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow c = V/lh$$

Exemplo IV

Resolve a equação em ordem a h.

Neste caso, a incógnita é a letra h, as outras letras funcionam como se fossem números.

A área de um trapézio é dada pela fórmula $A = \frac{(B+b)\times h}{2}$

$$A = \frac{B+b}{2} \times h \Leftrightarrow 2A = (B+b)h \Leftrightarrow h = \frac{2A}{B+b}$$

Se pretender saber quanto é a altura do trapézio é necessário conhecer os valores de B (base maior) , b (base menor) e A (área). Por exemplo:

Determina h, sabendo que A=10 cm^2, B=4 cm e b=1 cm.

$$h = \frac{2\times 10}{4+1} = 4\,cm$$

Exercícios:

1. Resolve em ordem a x, a equação $\frac{5}{3}(y-1)=\frac{y}{2}+x$

Neste caso a incógnita é x. A letra y "funciona" como um número.

$$\frac{5}{3}(y-1)=\frac{y}{2}+x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \underset{(\times 2)}{\frac{5}{3}}y-\underset{(\times 2)}{\frac{5}{3}}=\underset{(\times 3)}{\frac{y}{2}}+\underset{(\times 6)}{x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 10y-10=3y+6x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6x=7y-10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{7y-10}{6}$$

A equação está resolvida em ordem a x.

1.º Tiram-se os parênteses

2.º Tiram-se os denominadores

3.º Isolam-se os termos com a incógnita (pretendida) num dos membros

4.º Reduzem-se os termos semelhantes

5.º Determina-se o valor da incógnita, quando são dados os valores das outras variáveis.

2. Resolver a mesma equação em ordem a y.

$$\frac{5}{3}(y-1)=\frac{y}{2}+x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \underset{(\times 2)}{\frac{5}{3}}y-\underset{(\times 2)}{\frac{5}{3}}=\underset{(\times 3)}{\frac{y}{2}}+\underset{(\times 6)}{x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 10y-10=3y+6x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 10y-3y=10+6x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 7y=10+6x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y=\frac{10+6x}{7}$$

3.

Em Física, a fórmula $\frac{C}{5}=\frac{F-32}{9}$ estabelece a correspondência entre C (graus Celsius) e F (graus Fahrenheirt). A Isabel está doente. A sua temperatura é 102,2°F. Qual é a sua temperatura em °C?

Processo 1: Substitui-se F por 102,2 e resolve-se a equação em ordem a C.

$$\frac{C}{5}=\frac{102{,}2-32}{9} \Leftrightarrow \underset{(\times 9)}{\frac{C}{5}}=\underset{(\times 5)}{\frac{70{,}2}{9}} \Leftrightarrow 9C=351 \Leftrightarrow C=39$$

Processo 2: Começa-se por resolver a equação em ordem a C.

$$\frac{C}{5}=\frac{F-32}{9}=9C=5F-160 \Leftrightarrow C=\frac{5F-160}{9}$$

Na fórmula obtida substitui-se F por 102,2 e efectuam-se as contas:

$$C=\frac{5\times 102{,}2-160}{9}=39$$

R.: A Isabel tem de temperatura 39 °C.