

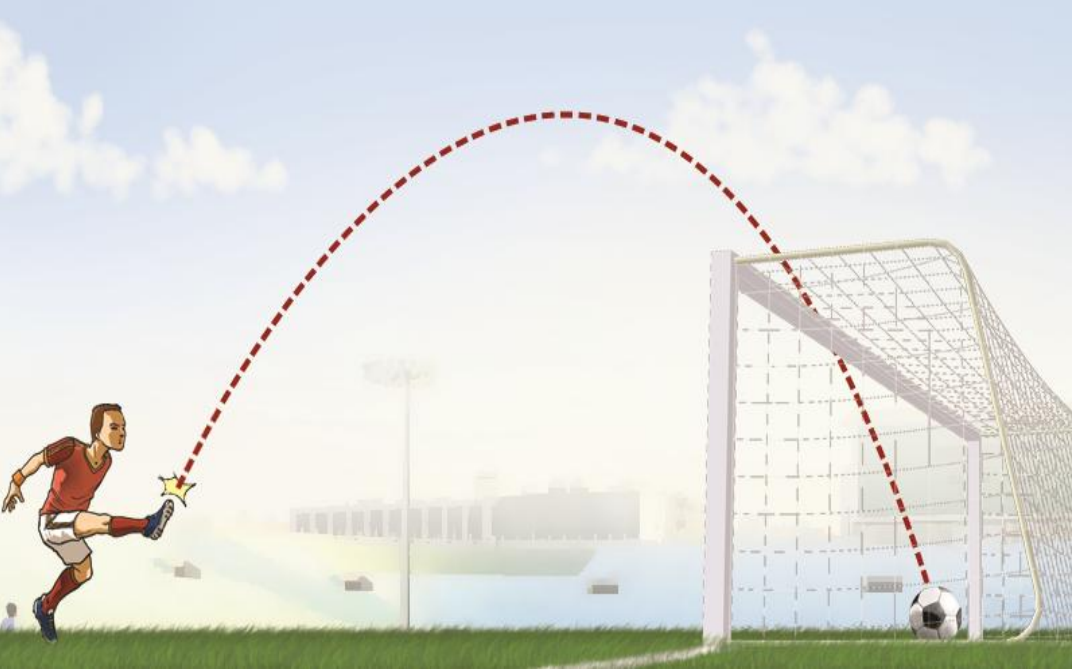


Porque razão todas estas imagens estão relacionadas com matemática?



Trajetória de uma bola de golfe

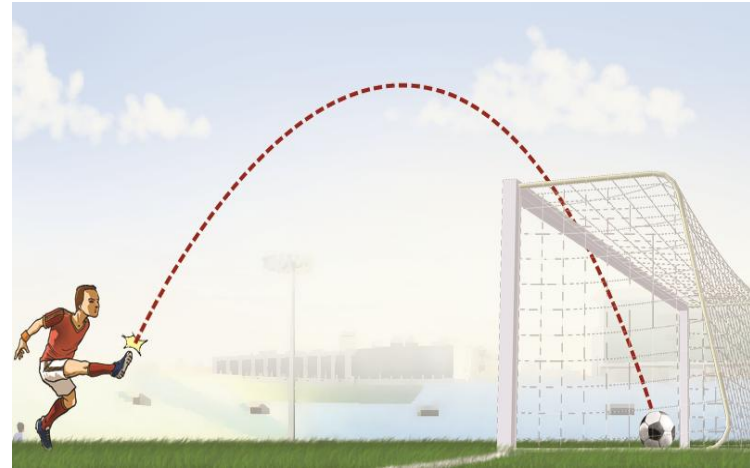




Trajectoria de uma bola de futebol

Repuxos de água





O que têm estas imagens em comum?



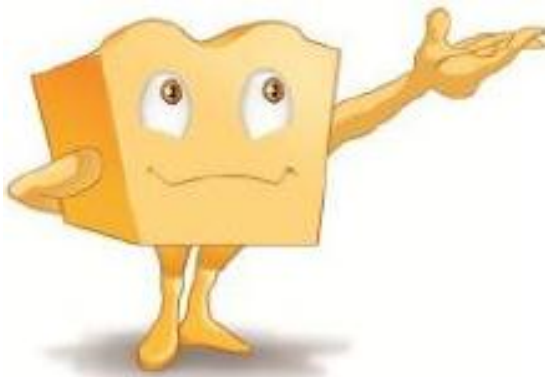


Porque as trajetórias observadas nestas imagens descrevem linhas curvas que se denominam por parábolas.



Função quadrática

Função do tipo $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$



No caso geral, as funções quadráticas são do tipo $y = ax^2 + bx + c$



com **a diferente de zero**. Nesta unidade vamos apenas estudar o

caso em que $b=0$ e $c=0$.

Ex

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = 5x^2 + 3x - 4$$

Se $b=0$ e $c=0$, vem

$$y = ax^2 + 0x + 0 \Leftrightarrow$$

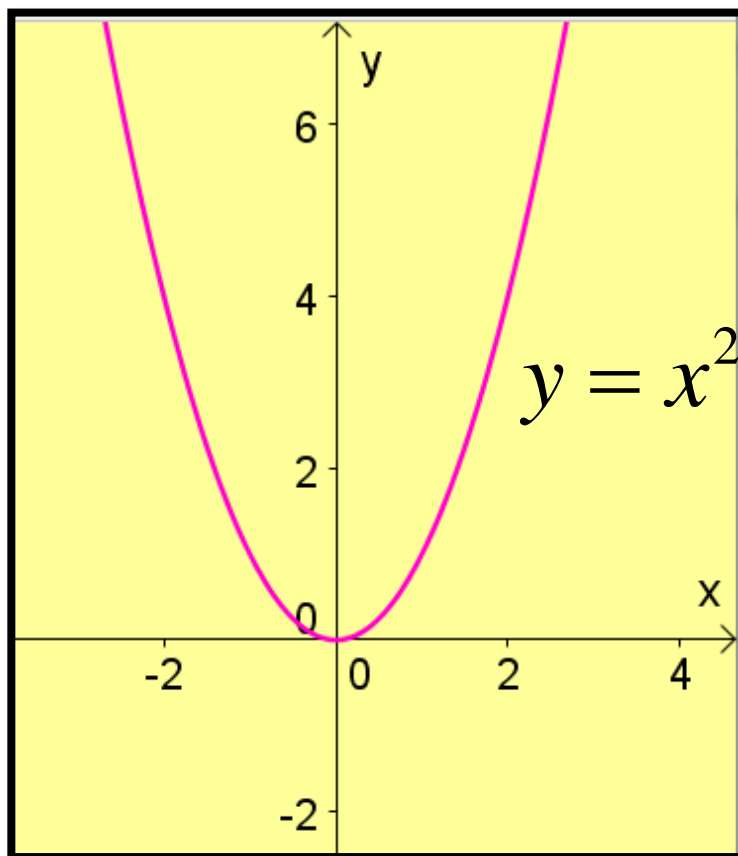
$$y = ax^2$$

Uma função é também uma equação, qual é o grau desta equação?

Funções do tipo

$$y = ax^2, a \neq 0$$

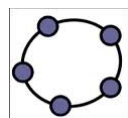
A função definida por uma expressão do tipo $y=ax^2$, com a diferente de zero, é uma função **quadrática**. O gráfico de uma função quadrática é uma **parábola**.



Neste caso concreto qual é o valor de a ?

Máquina de calcular

Variação do parâmetro α



Número de soluções



Resolva as seguintes equações:

$$x^2 = 9$$

$$x^2 = 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 3$$

2 soluções

$$x^2 = 0$$

$$x^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

1 solução

$$x^2 = -1$$

$$x^2 = -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{-1}$$

0 soluções



A saber...

☛ No gráfico de uma função do tipo $y=ax^2$, com a diferente de zero, todos os pontos estão sobre uma linha curva. Essa linha designa-se por parábola e tem uma simetria de reflexão em relação ao eixo das ordenadas.

☛ O sinal do coeficiente a determina o sentido da concavidade da parábola:

$a > 0$ concavidade voltada para cima;



$a < 0$ concavidade voltada para baixo.



Se a concavidade está voltada para cima:

▶ a função é decrescente para valores de x negativos e crescente para valores de x positivos 😊

Se a concavidade está voltada para baixo:

▶ a função é crescente para valores de x negativos e decrescente para valores de x positivos. 😞

☛ O valor absoluto de a influencia a abertura da parábola: quanto **maior** for o valor absoluto de a , **menor** será a sua abertura. 🎯

Por exemplo, a parábola que representa $y=-8x^2$ é mais fechada do que a parábola que representa $y=5x^2$

☛ Os pontos $(0,0)$, $(1, a)$ e $(-1,a)$ pertencem ao gráfico de todas as funções do tipo $y=ax^2$, com a diferente de zero. O ponto $(0,0)$ designa-se por vértice da parábola. 📌

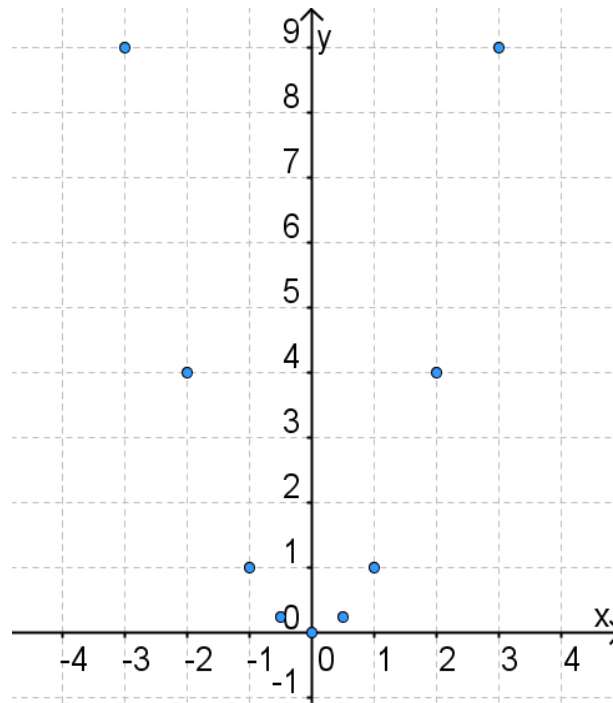
1 Exercício

1. Considera a correspondência representada na seguinte tabela:

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$y = x^2$	9								

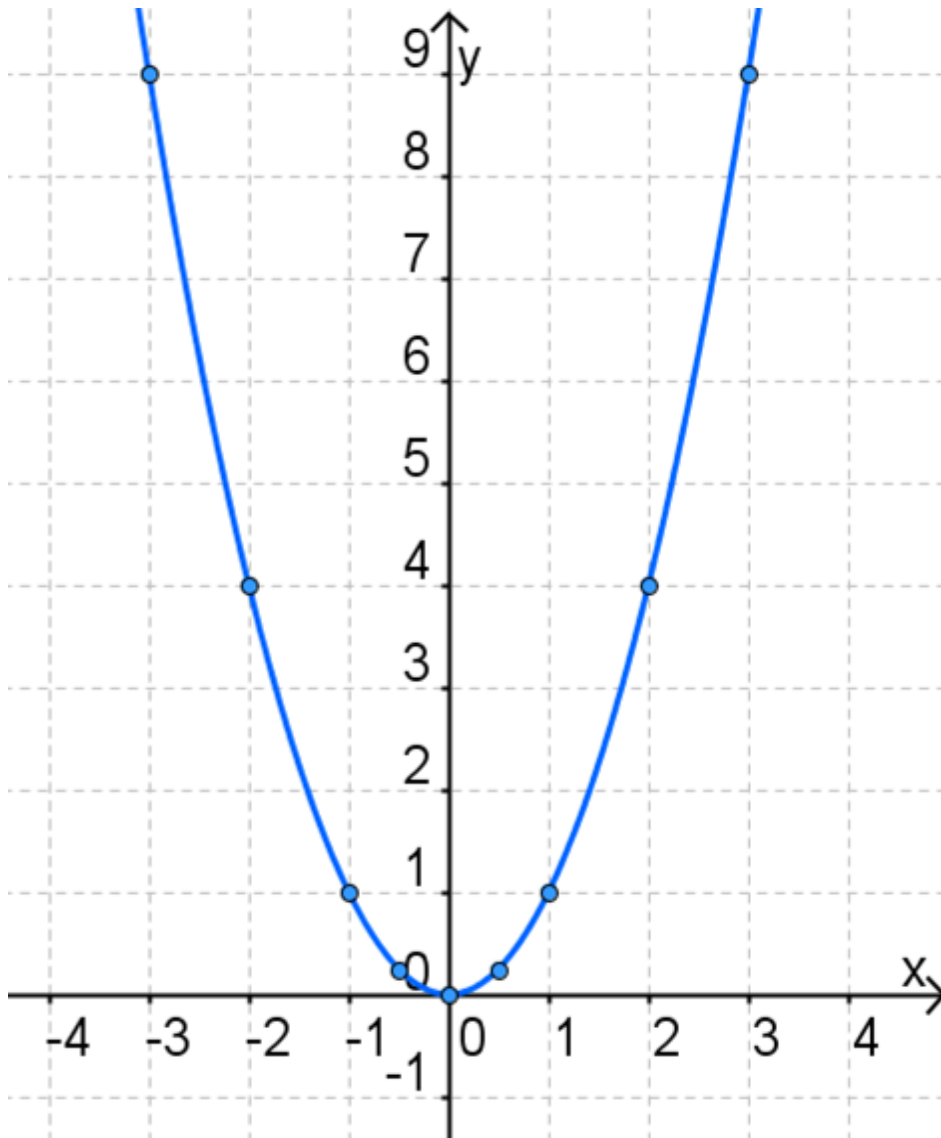
1.1. Completa a tabela. $(-2)^2 = 4$ $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

1.2. Num referencial, marca os pontos correspondentes aos pares ordenados (x, y) obtidos na tabela.



Resolução

1.3. Une todos os pontos que marcaste no referencial.



À curva que obtiveste dá-se o nome de **parábola**.

Repara que a função $y = x^2$, representada na tabela, é do tipo $y = ax^2$ com $a = 1$. A uma função deste tipo chama-se **função quadrática**.

1.4.

a) Indica o domínio e o contradomínio de f .

$$D = \mathbb{R} ; D' = [0, +\infty[= \mathbb{R}_0^+$$

b) Para que valores de x a função é crescente?
E decrescente?

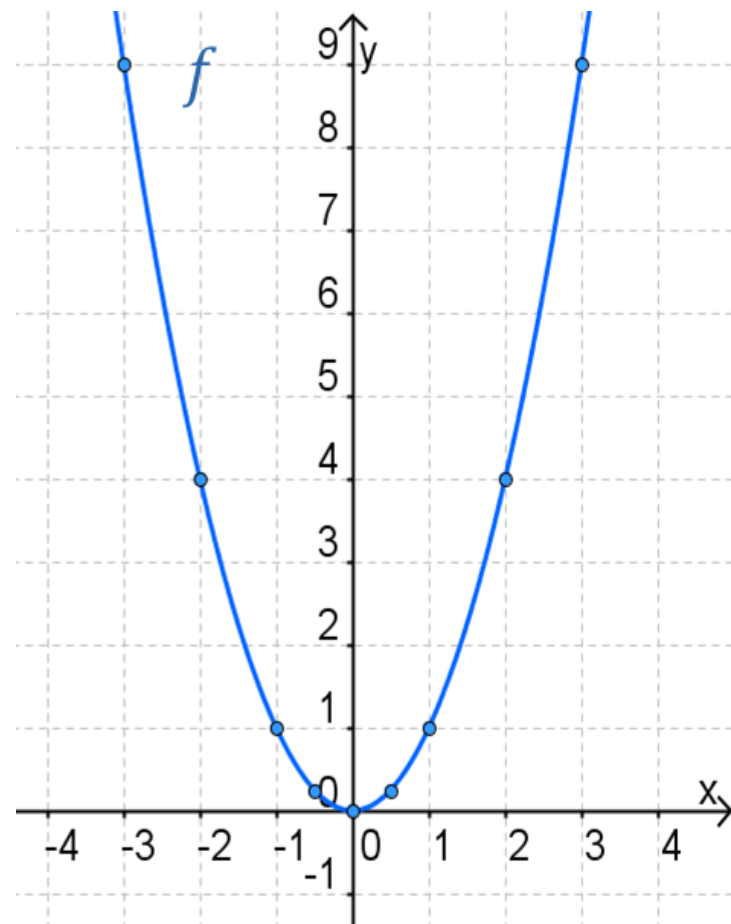
Crescente em $[0, +\infty[$
Decrescente em $] -\infty, 0]$

c) Qual é a imagem de $\frac{1}{2}$? E de $-\frac{1}{2}$?

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

d) Quais são os valores de x que têm como imagem 4? E 3?

$$2 \text{ e } -2 \quad x = \pm\sqrt{3}$$



Se chamares f à função, podes escrever $f(x) = x^2$.

Exercícios da página 70 e ver restantes

2 Exercício

Considera as seguintes funções:

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = 2x^2$$

$$h(x) = 5x^2$$

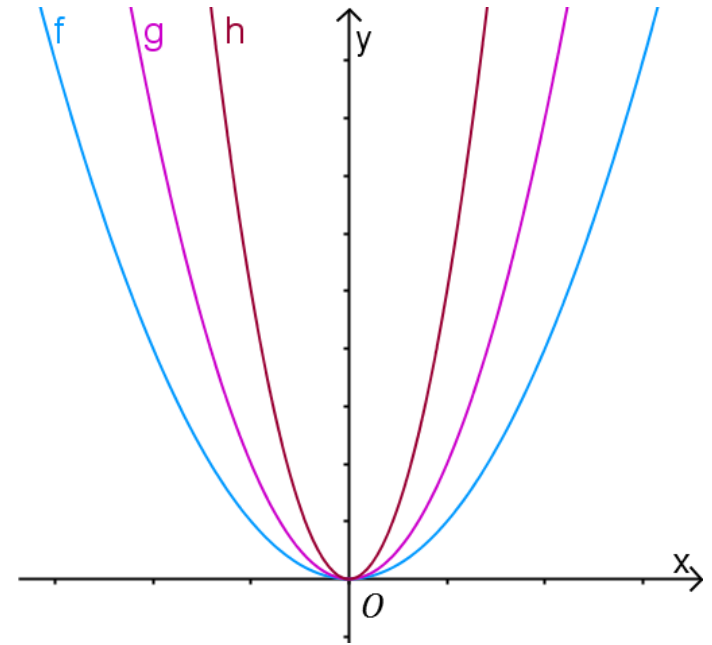
- a) No mesmo referencial, faz uma representação gráfica de cada uma delas.
- b) Qual é o domínio e o contradomínio das funções que desenhaste?
- c) Os gráficos de todas estas funções são parábolas.
Todas as parábolas têm um eixo de simetria. Qual é?
- d) Todas estas funções são do tipo $y = ax^2, a \neq 0$.
Para cada uma delas identifica o valor de a .
- e) O que te parece que acontece às parábolas quando o valor de a aumenta?

Funções do tipo $y = ax^2, a \neq 0$

→ Caso de $a > 0$

O que têm em comum estas funções?

- ◆ $D = \mathbb{R}$
- ◆ $CD = [0, +\infty[= \mathbb{R}_0^+$
- ◆ São crescentes em $[0, +\infty[$
- ◆ São decrescentes em $] -\infty, 0]$



O que têm em comum as parábolas que representam estas funções?

- ◆ Têm a concavidade voltada para cima
- ◆ São simétricas em relação ao eixo Oy
- ◆ O ponto $O(0,0)$ é o vértice da parábola

À medida que o valor de a aumenta, a parábola estreita.

