Sólidos geométricos

Volumes (prismas e cilindros)

Áreas (prismas e cilindros)

Volumes (pirâmides e cones)

Áreas (pirâmides e cones)

A geometria é um ramo da matemática que se dedica ao estudo do espaço e das figuras que podem ocupá-lo.

Para os Matemáticos Gregos conhecedores de Geometria, o estudo dos poliedros foi muito importante para o conhecimento da existência dos cinco únicos sólidos regulares, cuja descoberta foi atribuída a Pitágoras de Samos, estudo a que Platão recorreu para explicar a criação do universo. Nesta sociedade os sólidos representavam o fogo, a terra, o ar, o universo e a água.

Geo- terra

metria- medir

Em diversos lugares do planeta, tanto na natureza, como em construções feitas pelo Homem, podemos encontrar diferentes

Sólidos Geométricos

Torres do castelo do “World Disney”

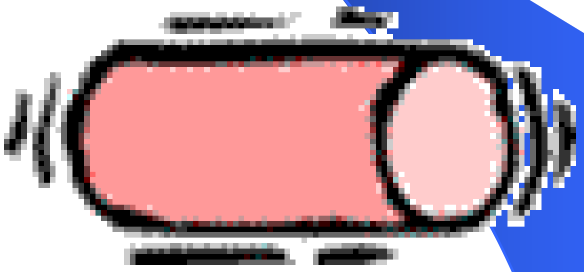
Pirâmides do Egipto

Parque de diversões

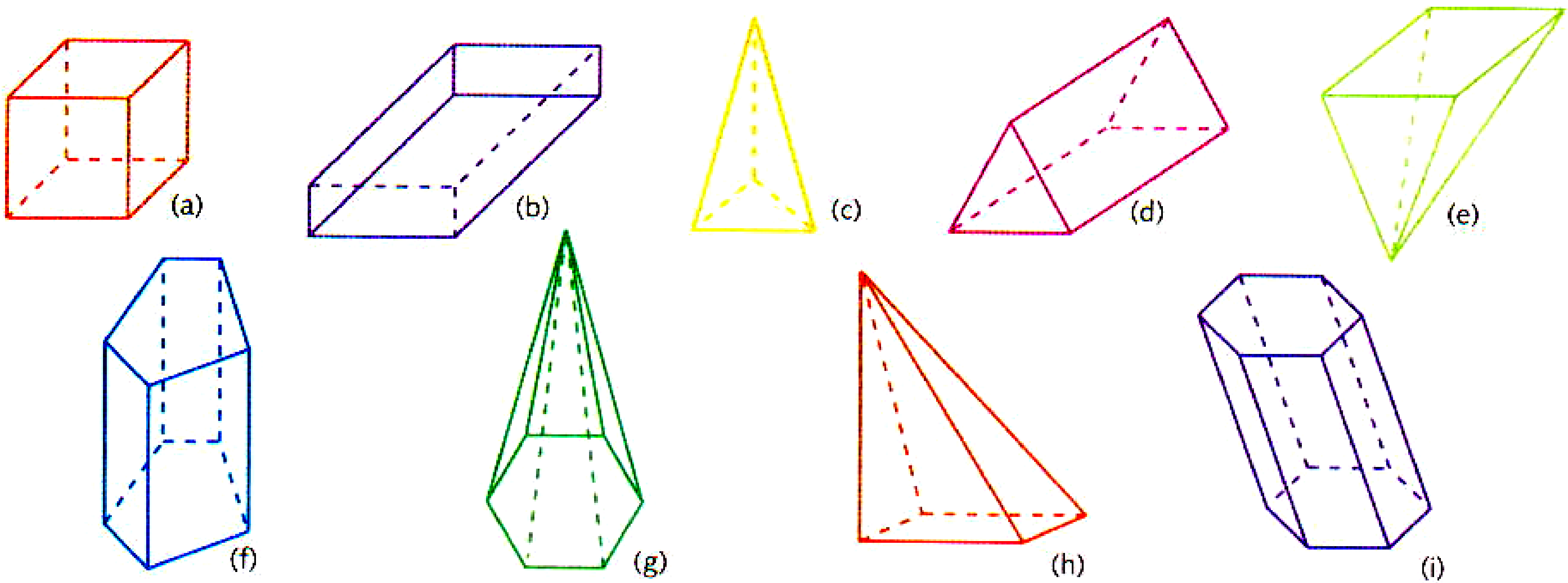
Montanhas

Os sólidos geométricos podem ser:

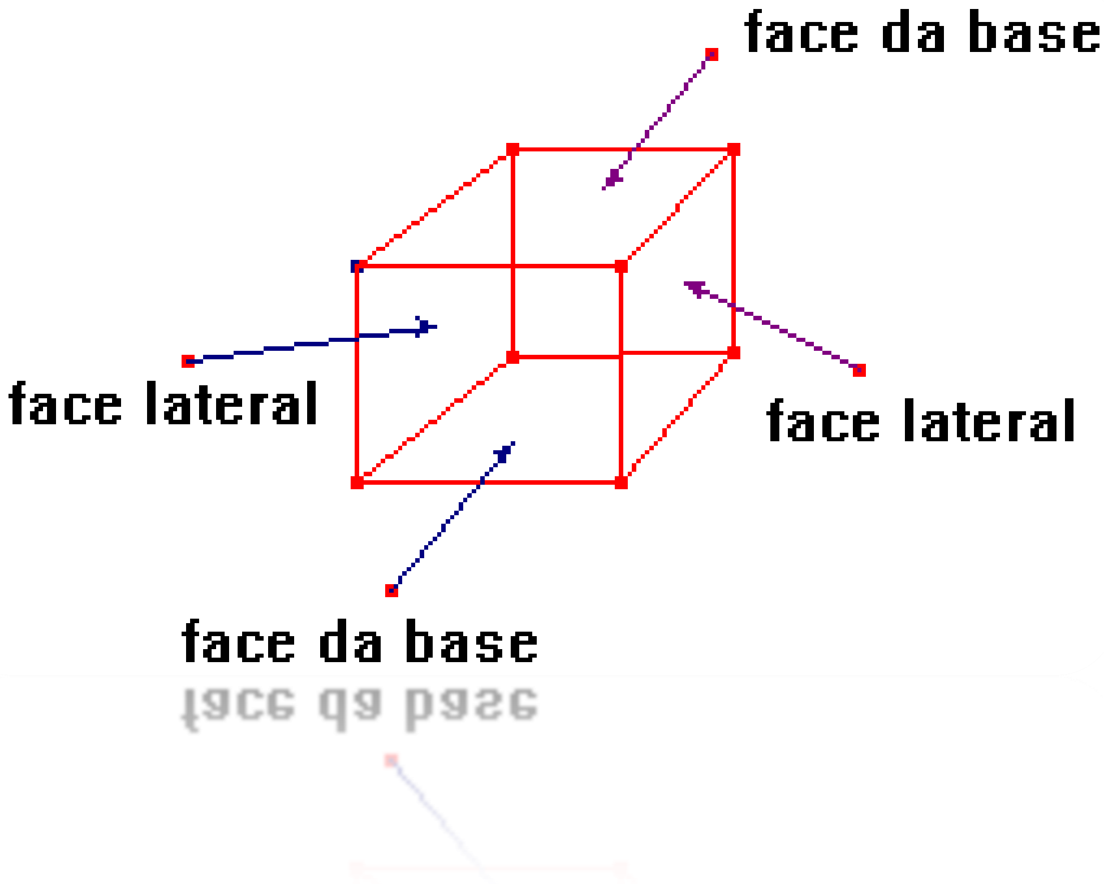
Poliedros ou não poliedros.



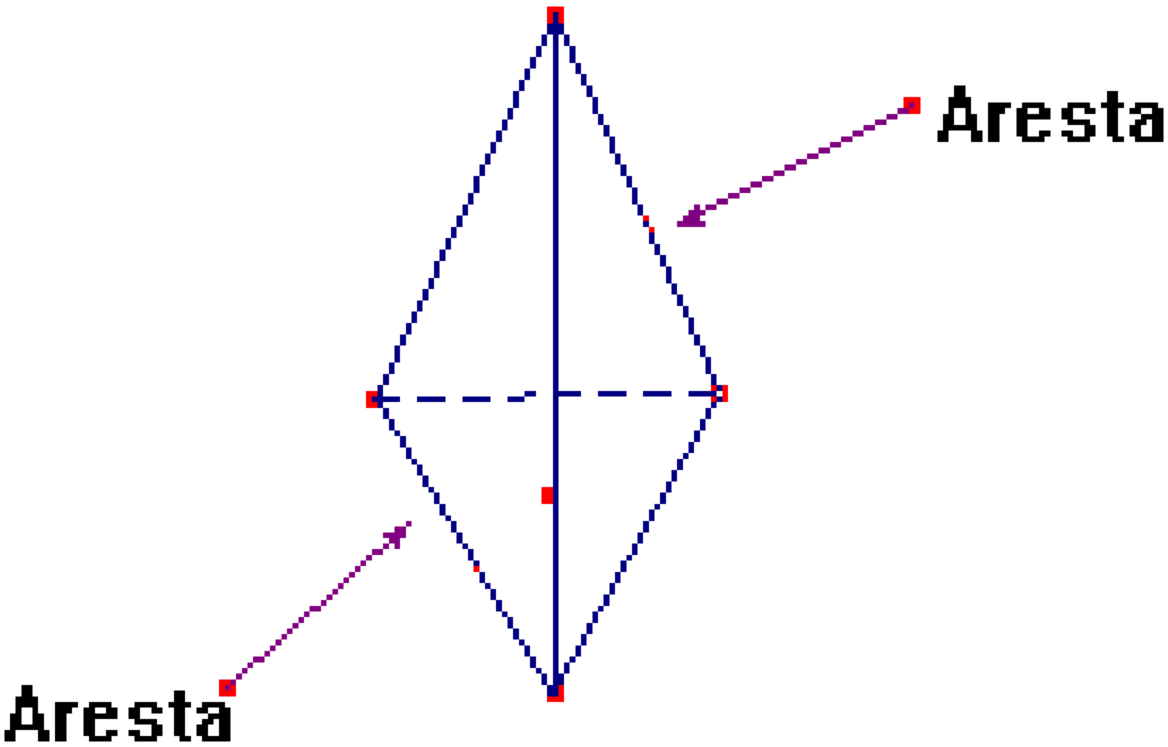
Poliedros: São sólidos geométricos constituídos apenas por superfícies planas.



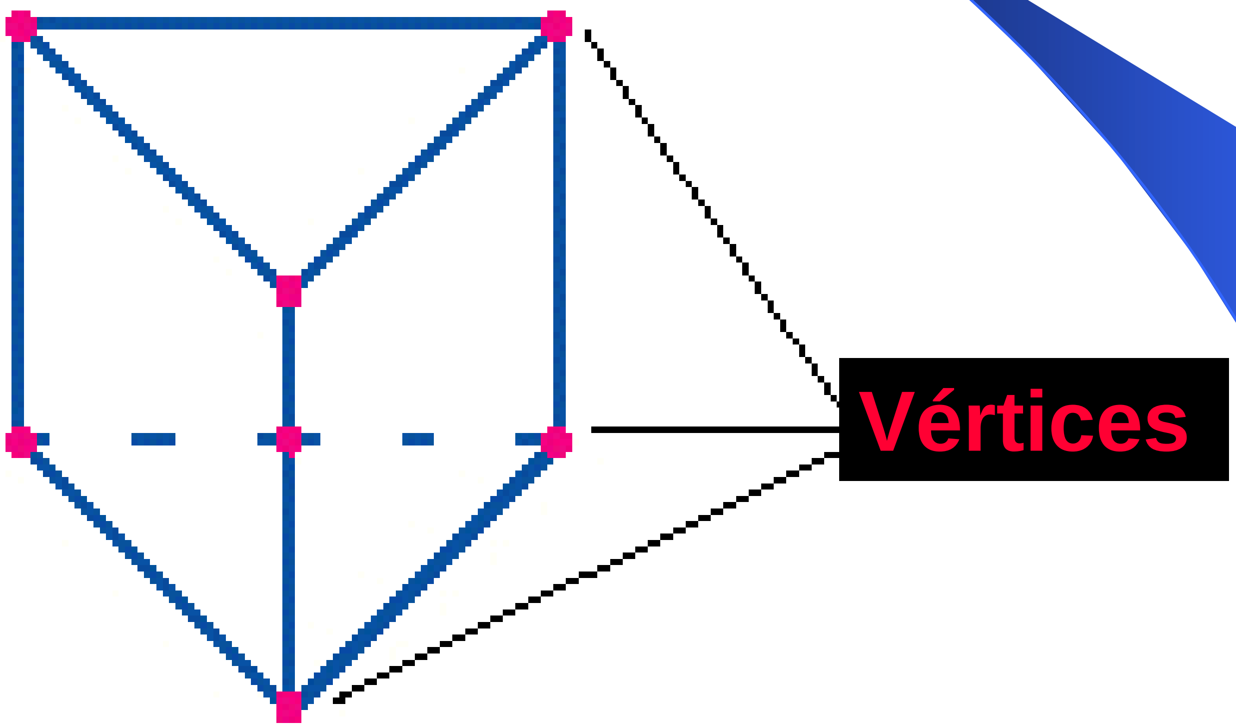
Têm os seguintes elementos:



Arestas: São os segmentos de reta resultantes da interseção de duas faces.

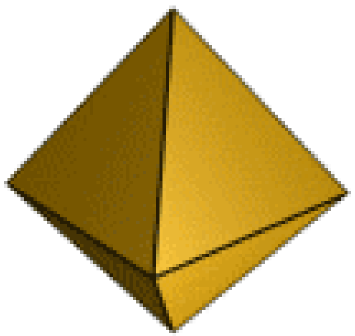


Vértices: São os pontos onde se intersetam 3 ou mais arestas.

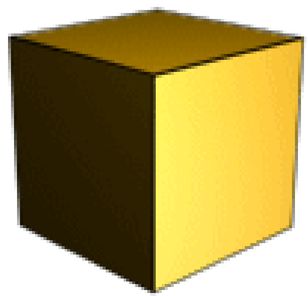


Poliedros regulares, são aqueles cujas faces são polígonos regulares
(lados e ângulos congruentes).

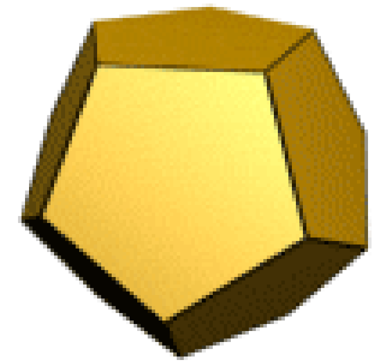
Há apenas 5 poliedros regulares:



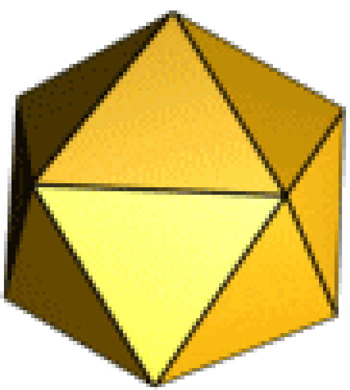
Octaedro



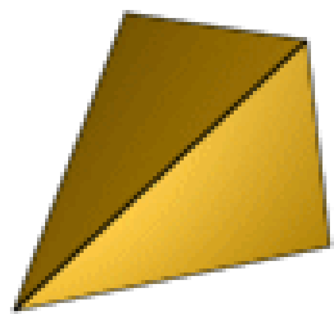
Hexaedro



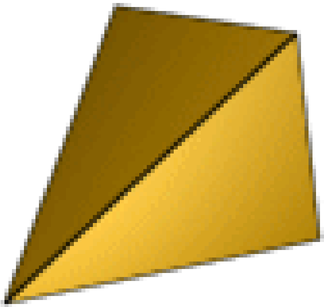
Dodecaedro



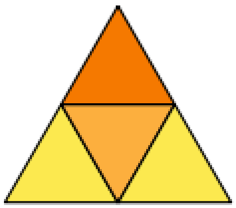
Icosaedro



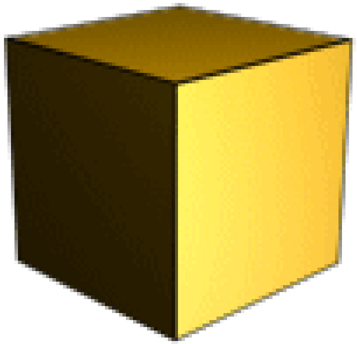
Tetraedro



O tetraedro é um poliedro composto por 4 faces triangulares.

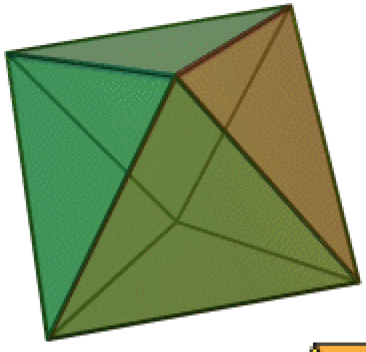


Contém 4 vértices e 6 arestas.

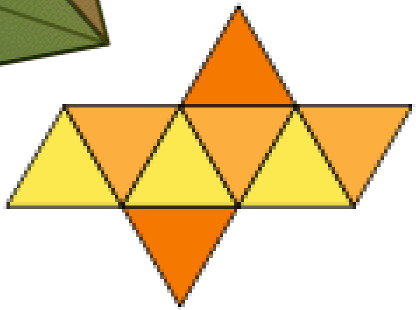


O cubo é um poliedro composto por 6 faces quadradas.

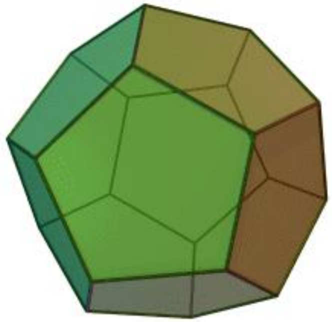
Contém 8 vértices e 12 arestas.



O octaedro é um poliedro composto por 8 faces triangulares.

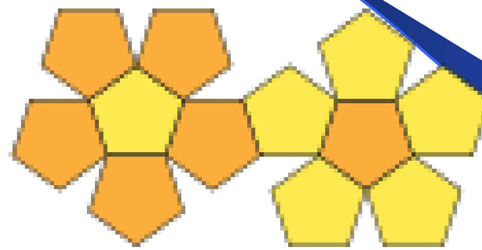


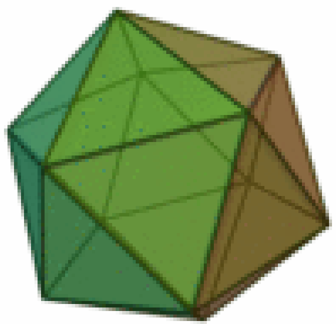
Um octaedro contém 6 vértices e 12 arestas

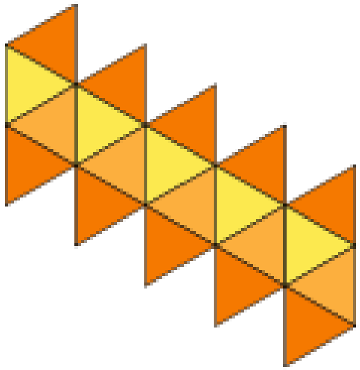


O dodecaedro é composto por 12 faces pentagonais.

Contém 20 vértices e 30 arestas.







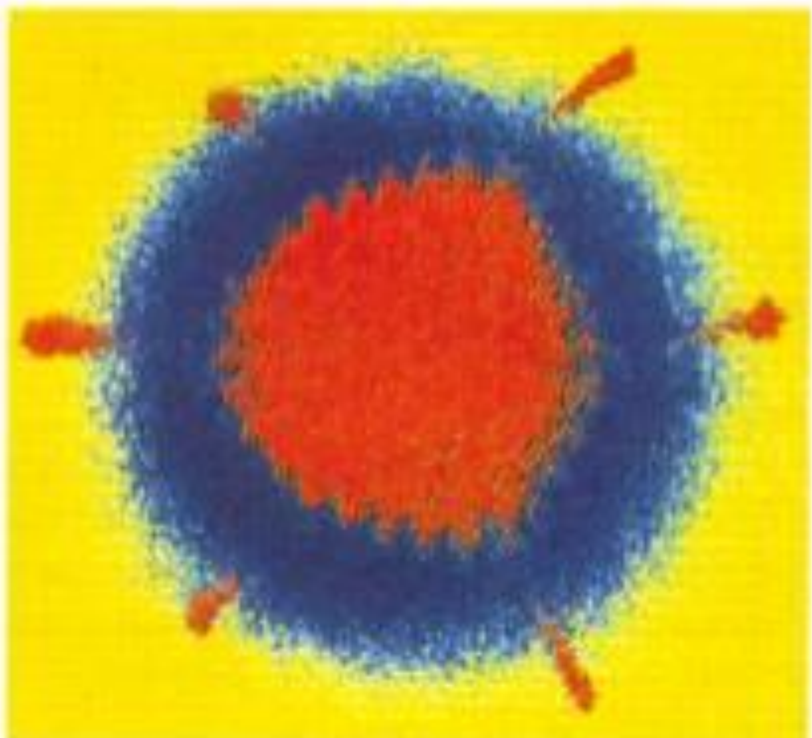
O icosaedro é composto por 20 faces triangulares.

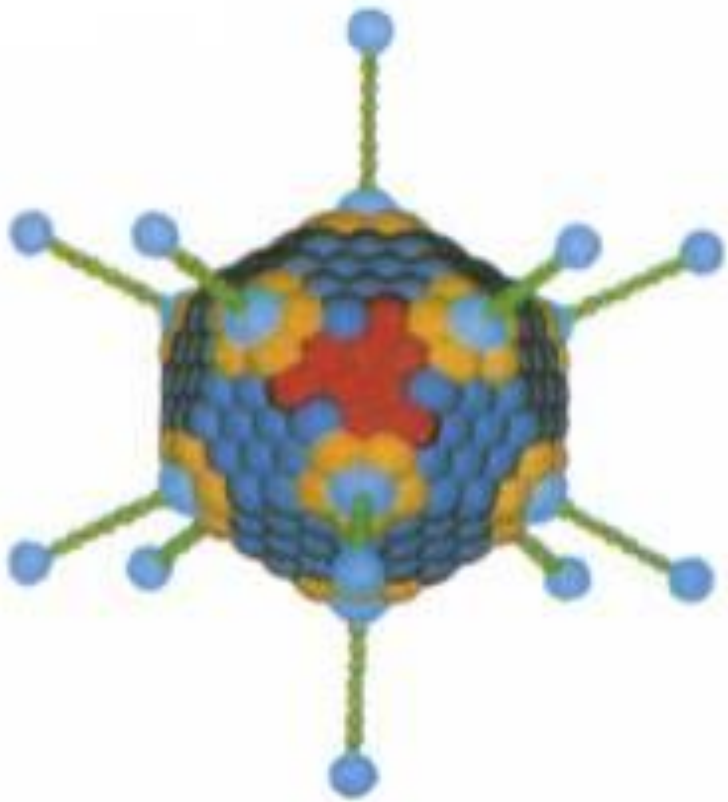
Contém 12 vértices e 30 arestas.

Utilidade: A maioria dos poliedros são figuras que existem na realidade. Exemplos de poliedros são as pirâmides e os vírus.

Graças ao microscópio eletrónico tem sido possível visualizar a estrutura dos vírus.
O sólido geométrico que veremos , no próximo slide, é a imagem realizada por um observador, de um adenovirus a partir da micrografia.

Figura obtida através de um microscópio eletrónico. Trata-se de um icosaedro, um dos cinco sólidos platónicos (poliedros regulares).



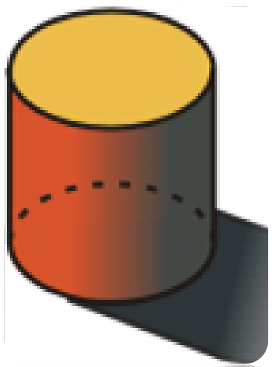


Não poliedros

Conseguirás definir “não poliedros”?

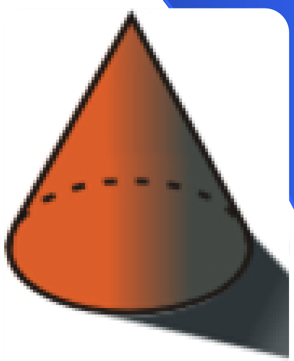
Não poliedros: São sólidos geométricos que têm superfícies planas e curvas ou só curvas.

Cilindro, o cone e a esfera.



Cilindro

Esfera



Cone

No dia a dia podemos observar objetos que têm forma de corpos ou sólidos redondos, como por exemplo os tanques para líquidos e gases.

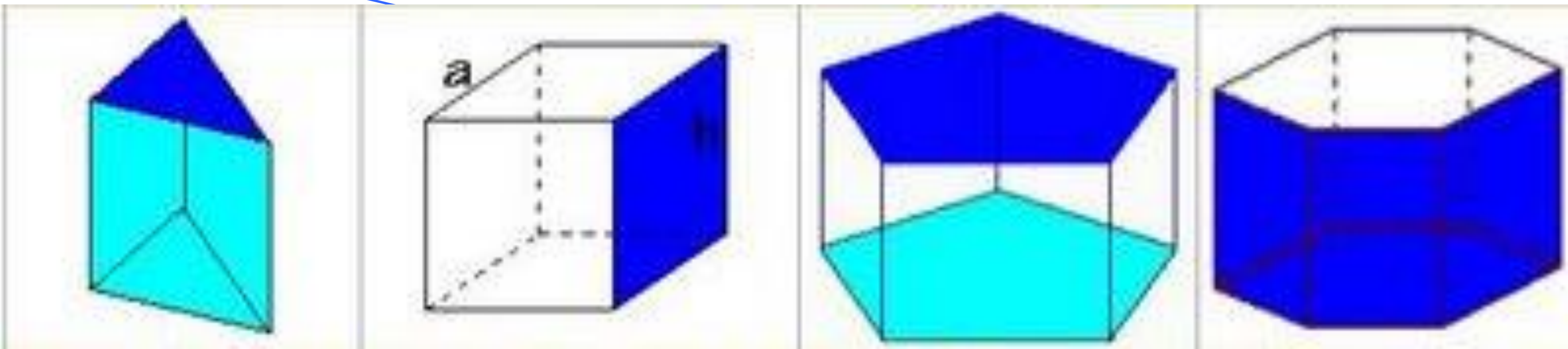
Também à nossa volta encontramos diferentes objetos com forma de não poliedros:

Sorvete

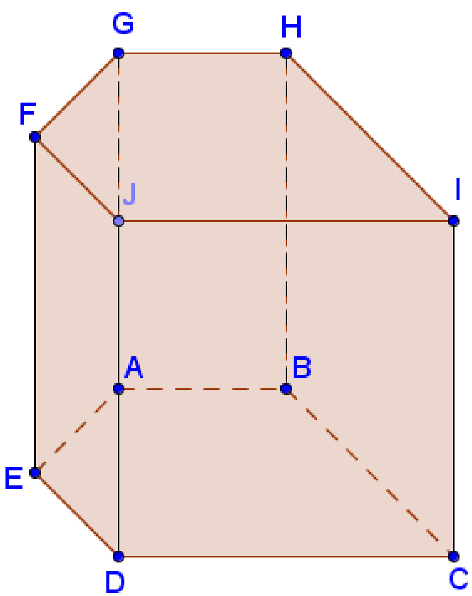
Lata de spray

Bola de Bilhar

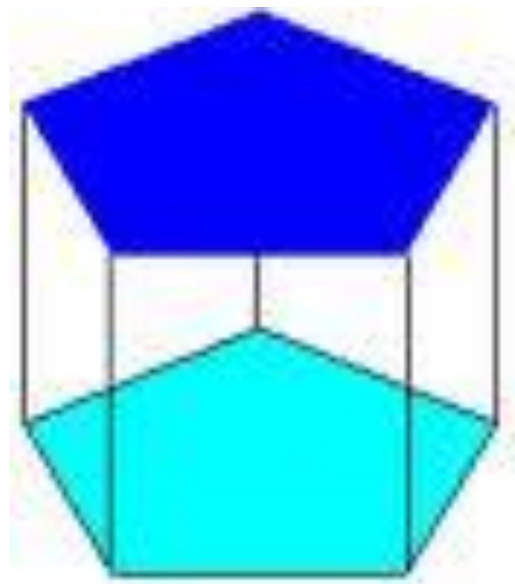
Prismas



Prismas retos – Um prisma diz-se reto se as suas faces laterais forem perpendiculares às bases. As faces laterais são retângulos.



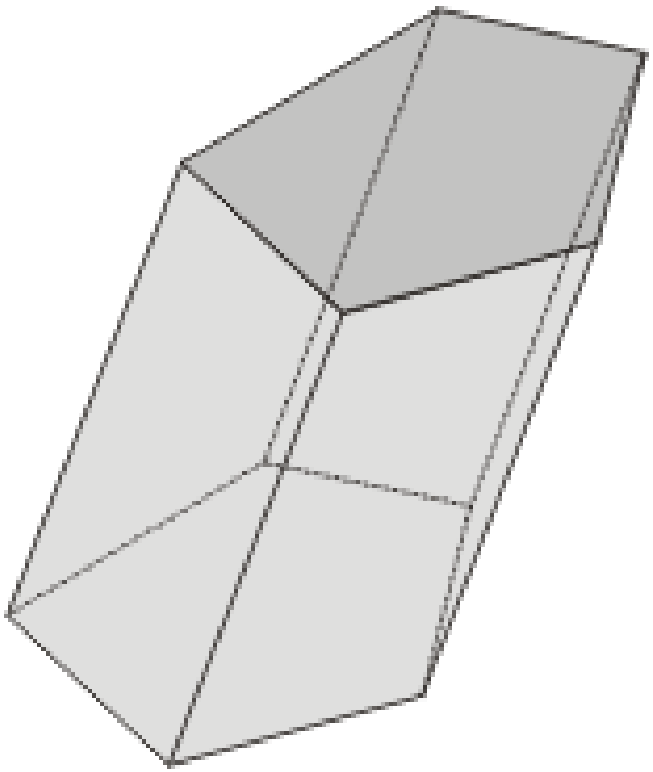
Prisma reto irregular

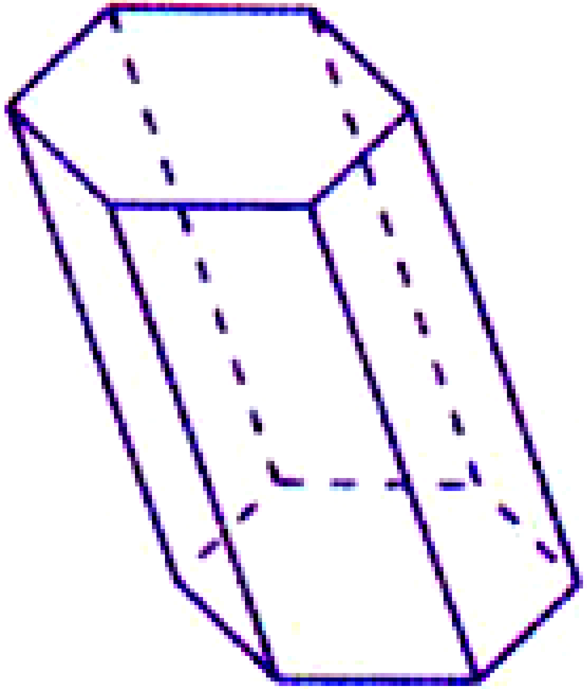


Prisma regular reto

Um prisma diz-se regular se for *reto* e se as suas *bases são polígonos regulares.*

Prismas oblíquos – são prismas cujas faces laterais são oblíquas às bases. As faces laterais são paralelogramos.



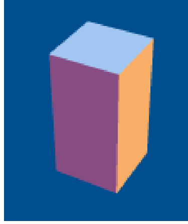


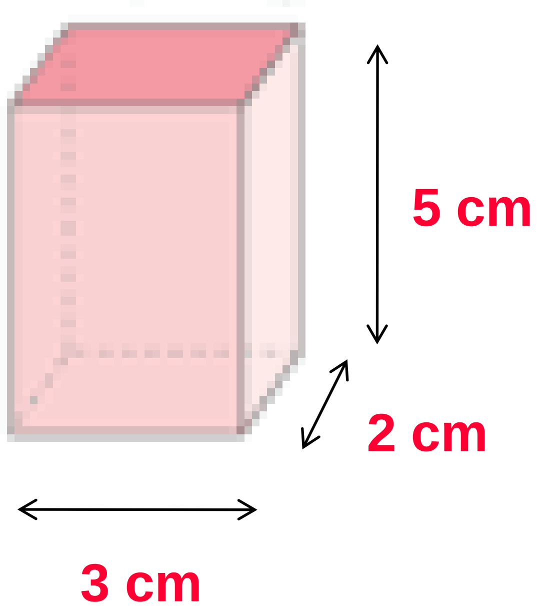
Volumes

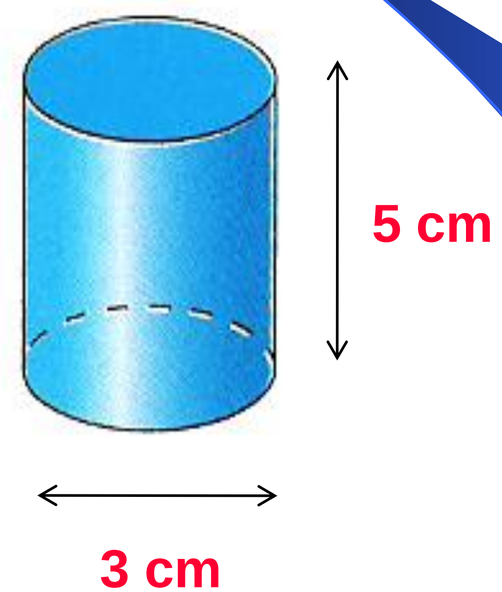
Prismas

Cilindros

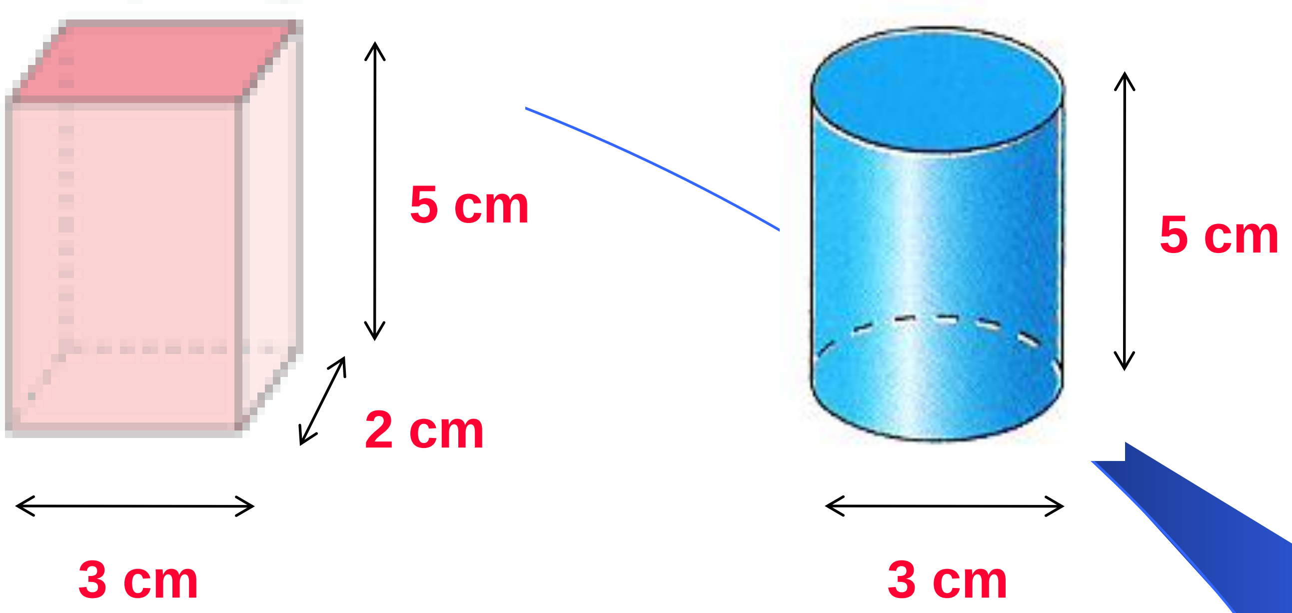
Volumes de prismas e cilindros







<u>Qual será a capacidade de cada um dos sólidos?</u>



Se enchermos com água cada um dos sólidos observa-se que nos dois casos o volume é dado pela seguinte fórmula:

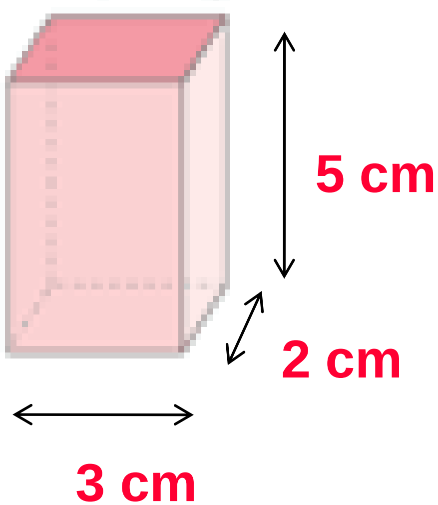
$$V = A_b \times h$$

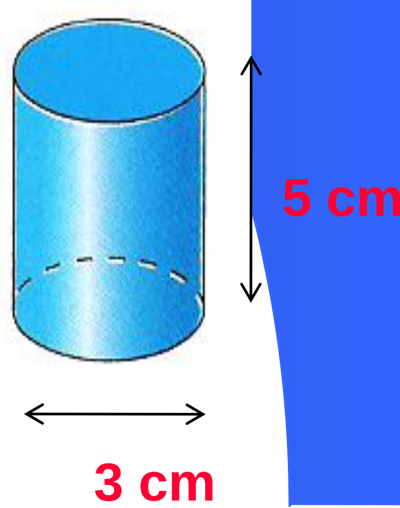
Porquê?!!!

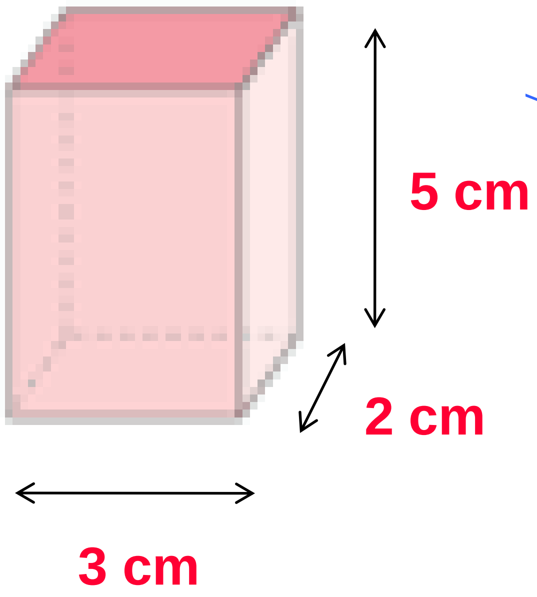
Cuidado!!!

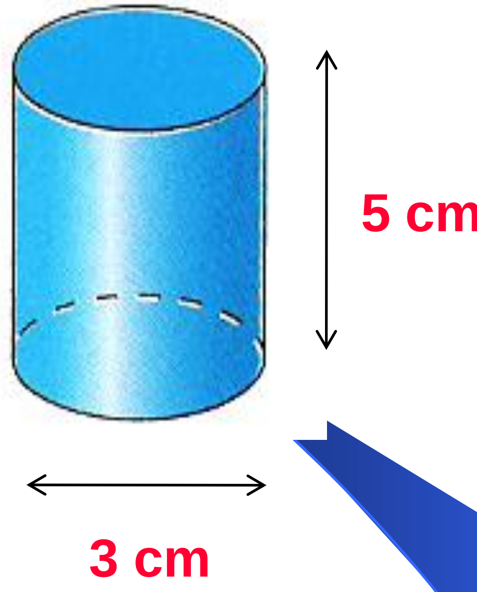
Embora a fórmula do volume seja a mesma $A_b \times h$ os volumes dos dois sólidos não se calculam da mesma maneira. Porquê?

Porque as bases são diferentes, neste caso concreto, uma base é um retângulo e a outra base é um círculo.









$$V = A_b \times h$$

$$V = 3 \times 2 \times 5 = 30 \quad cm^3$$

$$V = A_b \times h$$

$$V = \pi r^2 \times h$$

$$= \pi \times 1,5^2 \times 5$$

$$= 2,25\pi \times 5$$

$$\approx 35,343\, cm^3 \ (3\, c.d.)$$

Conclusão:

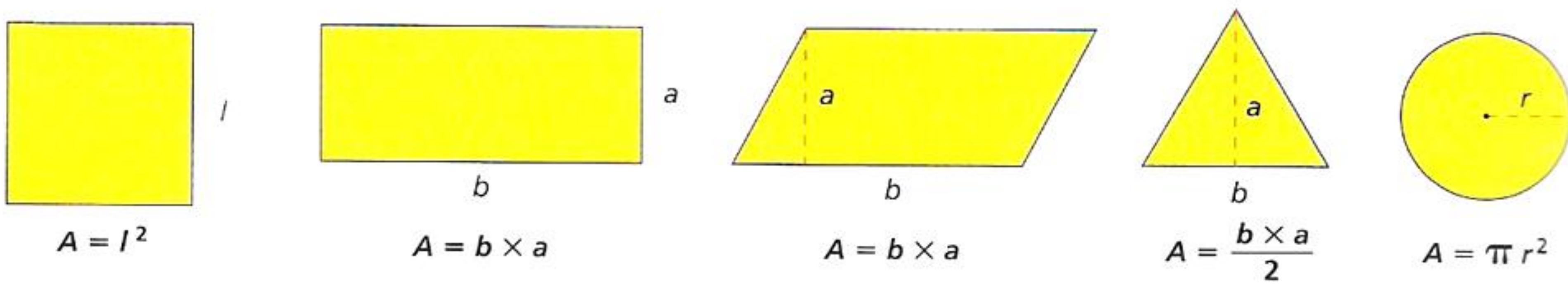
Volume do prisma e do cilindro

$$V = A_b \times h$$

$$= \acute{A}rea\;da\;base \times altura$$

Nota:

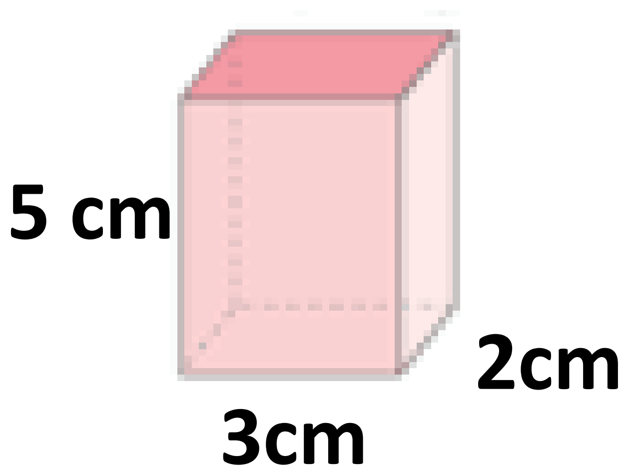
Como reparaste para calcular o volume de alguns sólidos é necessário ter presente áreas de figuras planas.



Áreas laterais e totais de Prismas e cilindros

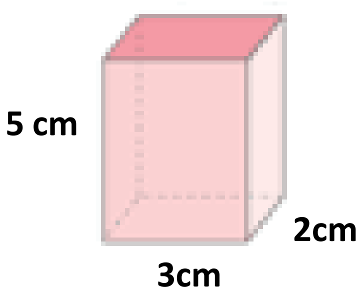
Área lateral e total do prisma.

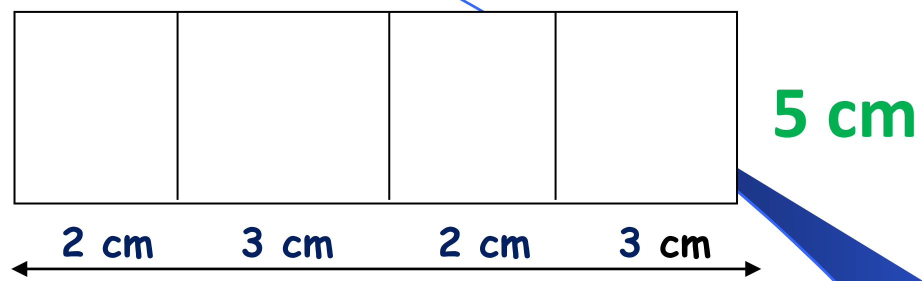
•Calcula a área lateral do prisma.



A área lateral de um prisma é a soma das áreas das suas faces laterais.

Reparemos agora na planificação lateral do sólido.



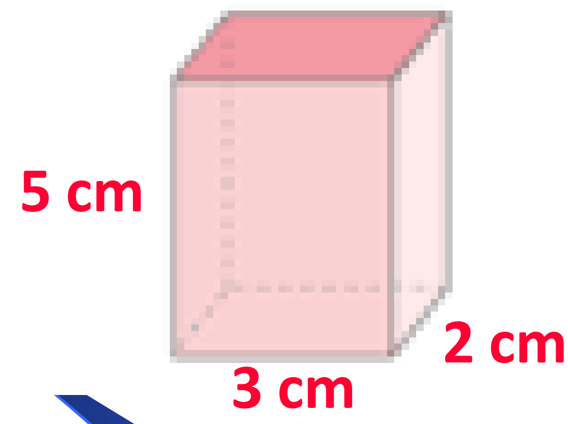


Perímetro de uma base

A área lateral de um prisma não é mais do que a área de um retângulo de comprimento igual ao perímetro da base do prisma e de largura igual à altura do prisma. Assim:

$$A_l = \textit{Perímetro da base} \times \textit{altura} = P_b \times h$$

Calcula a área total do prisma dado

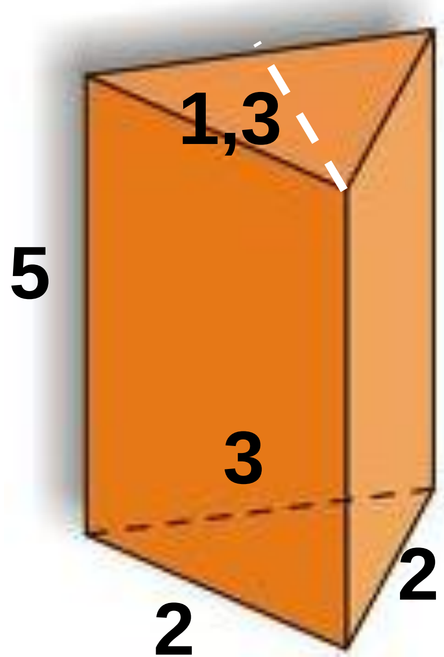


A área total do prisma será igual à área lateral mais a área das duas bases do prisma, isto é, a área total é igual à soma da área lateral com o dobro da área de uma base.

$$A_t = \acute{a}rea\ lateral + 2 \times \acute{a}rea\ da\ base = A_l + 2Ab$$

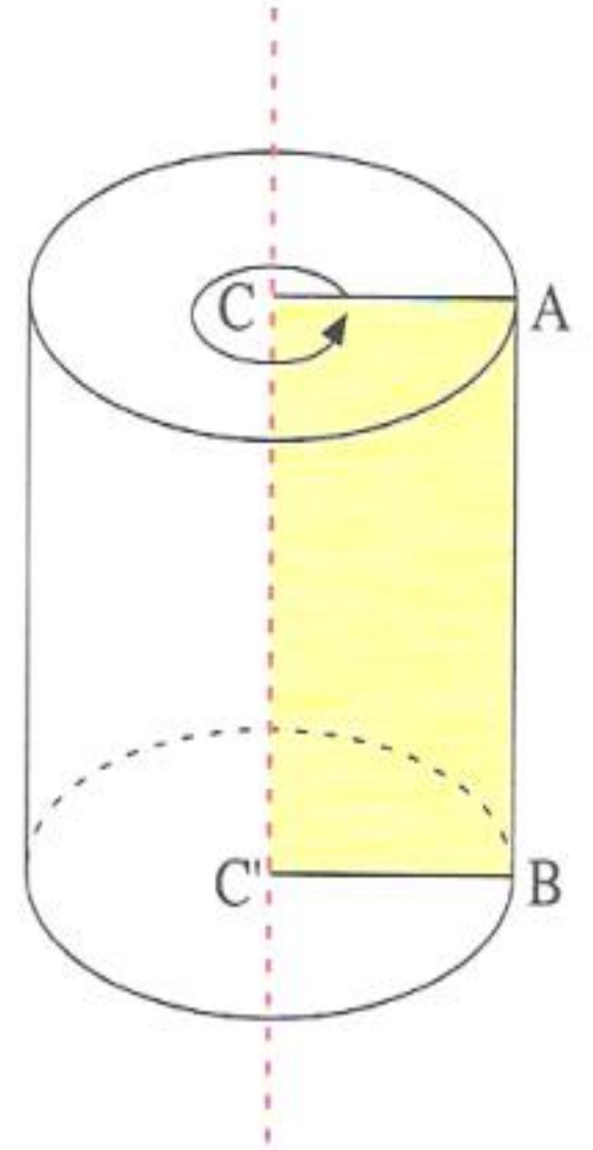
Exercício: **Um voluntário!**

Determina a área total do prisma triangular ao lado.

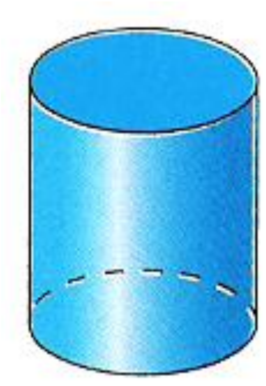


Área lateral e total do cilindro

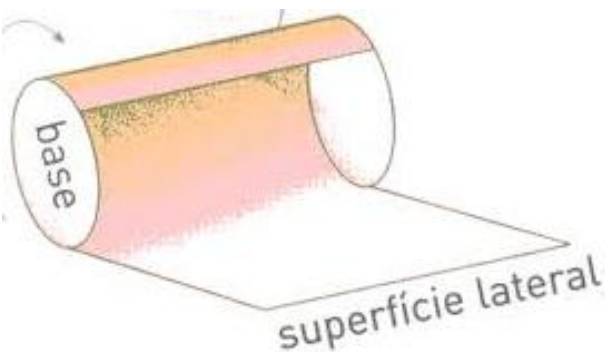
Quando o retângulo [ACC'B] roda em torno do eixo CC' o lado [AB] do retângulo gera a superfície lateral do cilindro. Ao segmento de reta [AB] chama-se por isso *GERATRIZ* do cilindro.



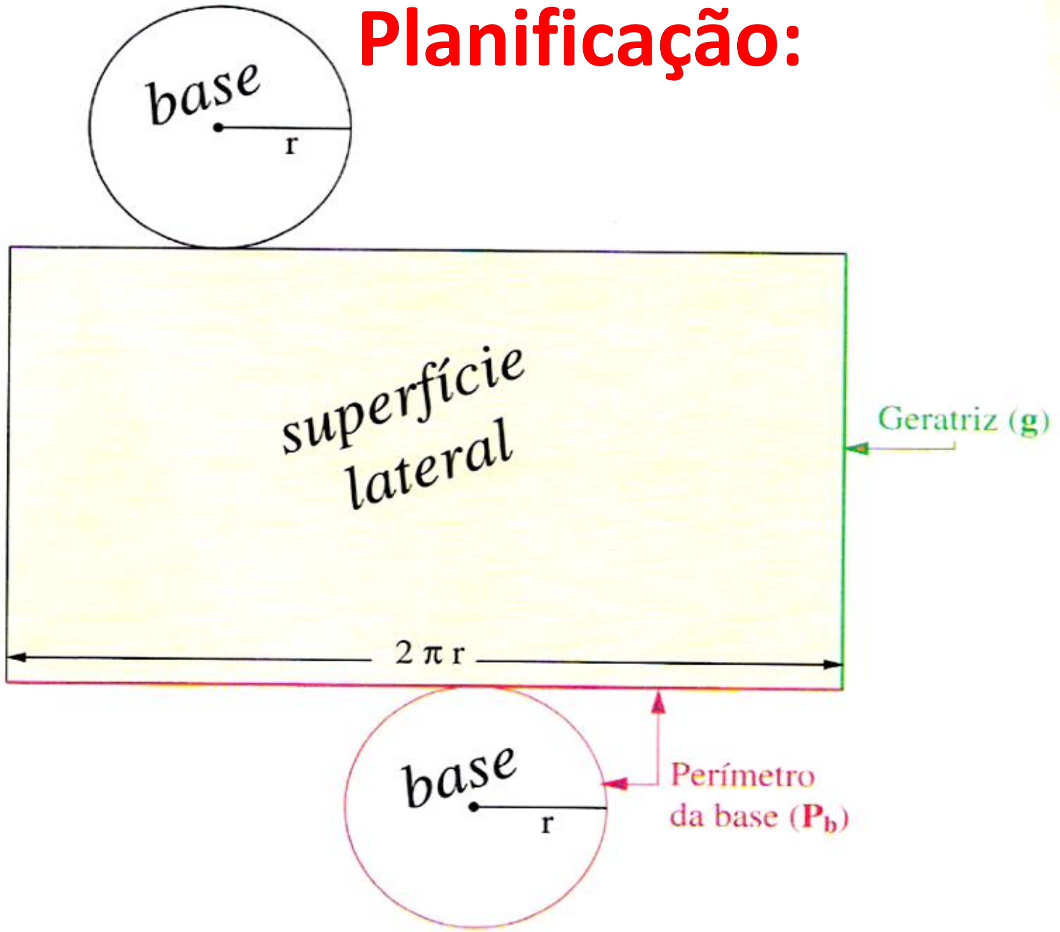
Observa o cilindro seguir



Altura do cilindro coincide com a geratriz.



Planificação:



A <u>superfície lateral de um cilindro,</u> é um retângulo em que:

- O comprimento é igual ao perímetro do círculo da base;
- A largura é igual à altura do cilindro (ou à geratriz do cilindro).

$$A_l = P_b \times g$$
$$= 2\pi r \times g \quad ou \quad d\pi \times h$$

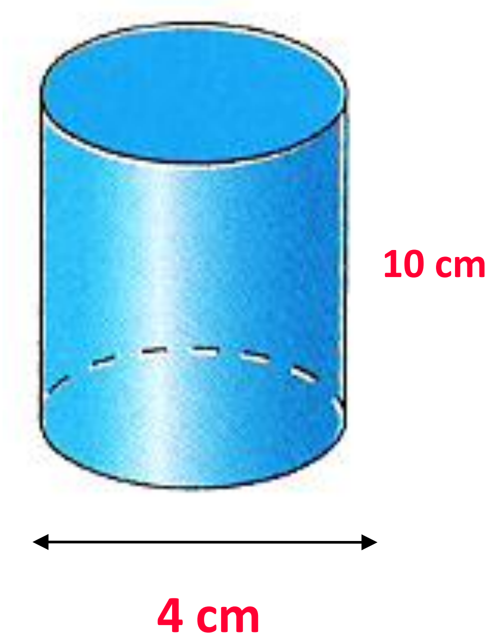
E qual será a fórmula da área total?

A área total será igual à área lateral mais a área das duas bases do cilindr

$$A_t = A_l + 2A_b$$

$$= d\pi \times h + 2\pi r^2$$

Calcula a área lateral e total do cilindro dado.



$$A_l = P_b \times g$$

$$= 4\pi \times 10 = 40\pi \ cm^2$$

$$A_t = A_l + 2A_b$$

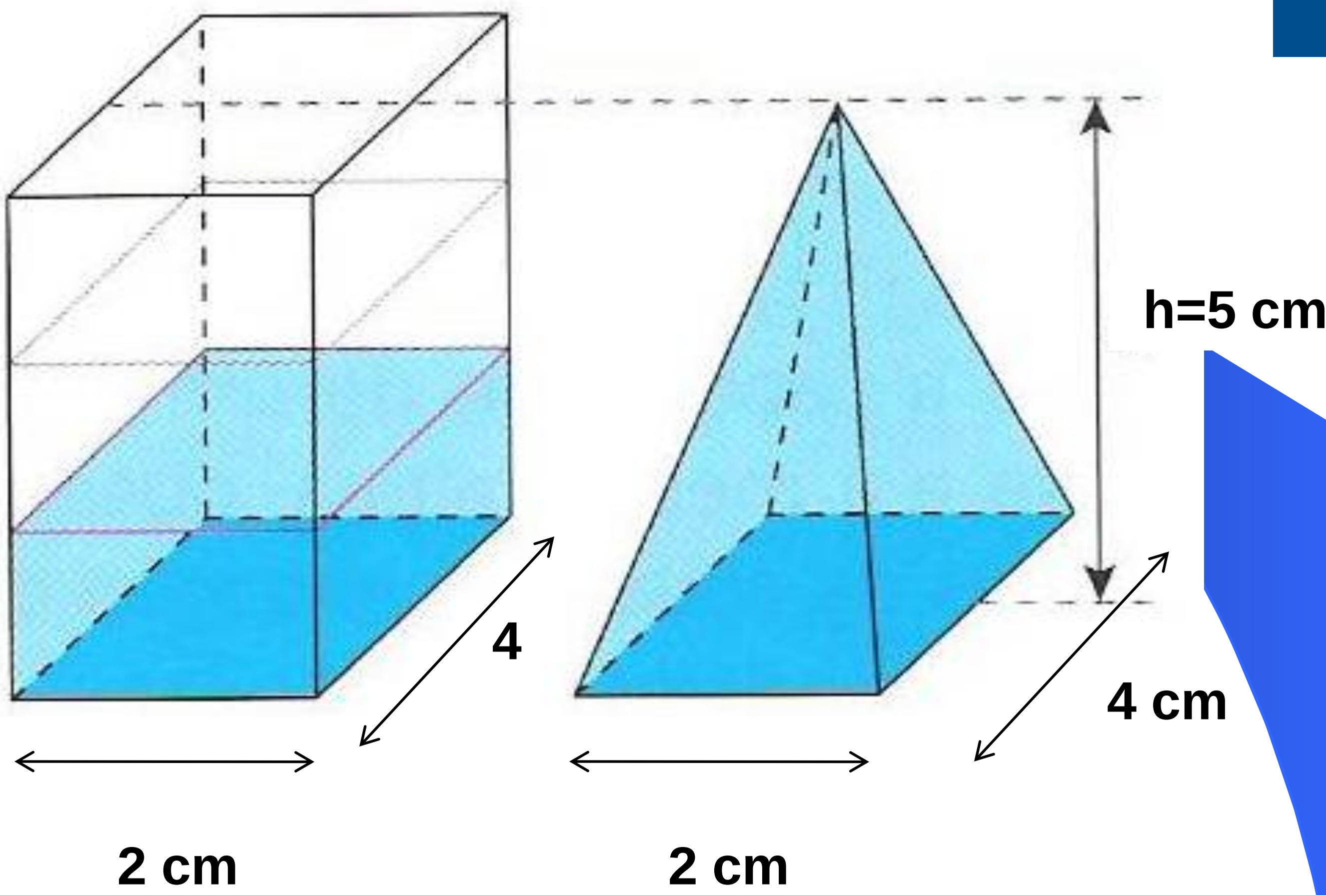
$$= 40\pi + 2 \times \pi \times 4 =$$

$$= 48\pi \ cm^2$$

Exercícios do manual das páginas:
109- 1.4,
115 - 40, 41 e 42 cilindro;
117 - 44 (a, c, e) e 45

Acabar em casa os exercícios não realizados na aula.

Volume de pirâmides



Experiência:

Enche a pirâmide com líquido ou areia e despeja para o prisma até o encheres completamente. Quantas vezes tiveste que encher pirâmide?

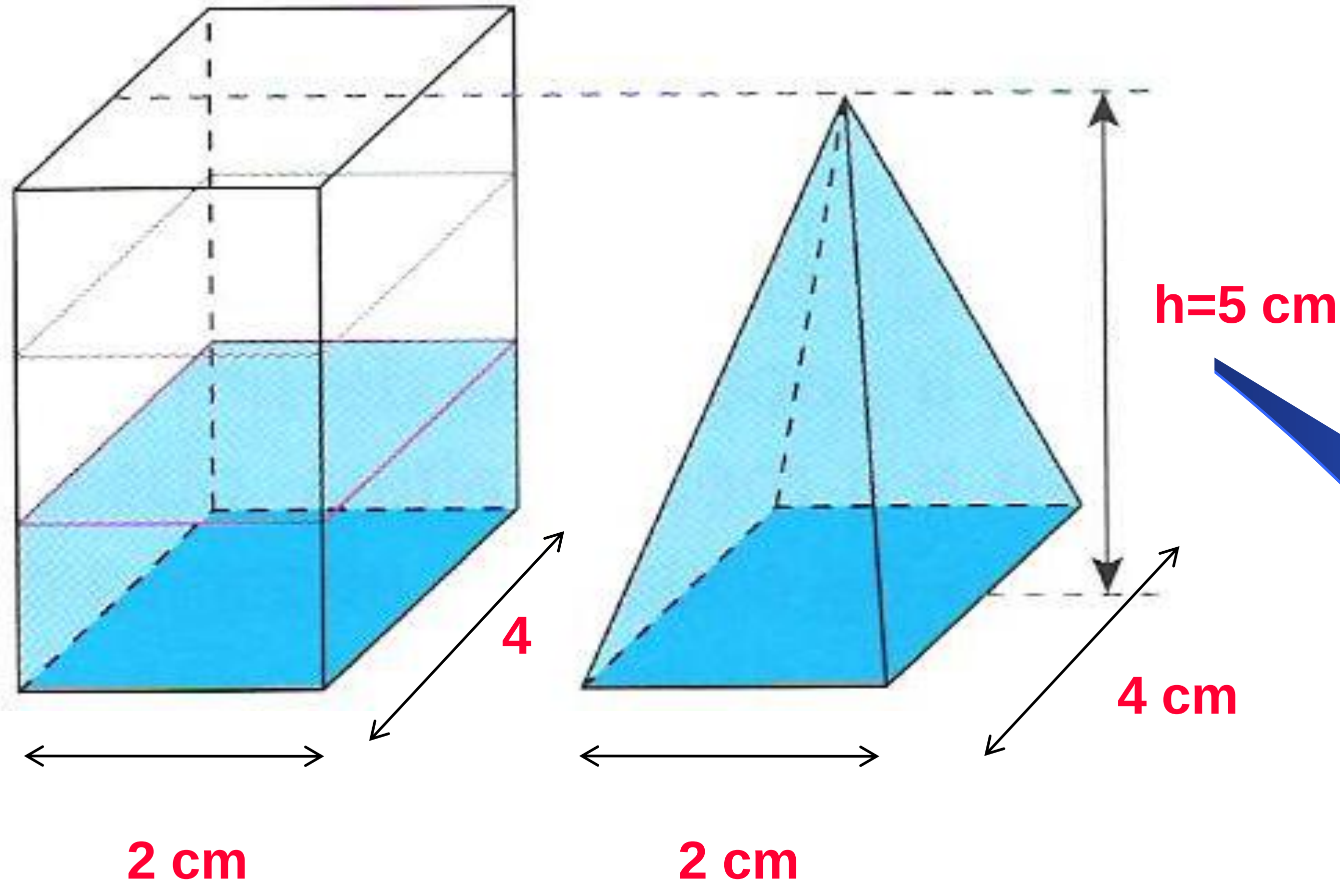
Se compararmos a capacidade de uma pirâmide com a de um prisma com a ***mesma base e a mesma altura,*** observamos que são necessárias três pirâmides cheias de água para encher o prisma.

Como o $V_{prisma} = Ab \times h$ **então o**

$$V_{pirâmide} = \frac{V_{prisma}}{3} = \frac{Ab \times h}{3}$$

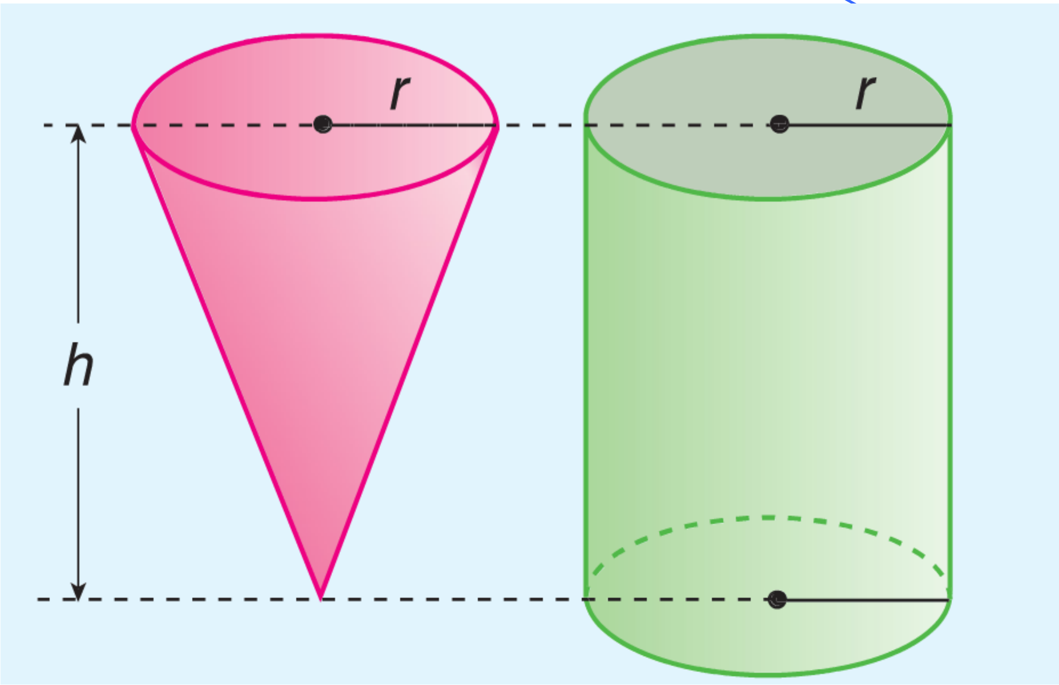
Conclusão:

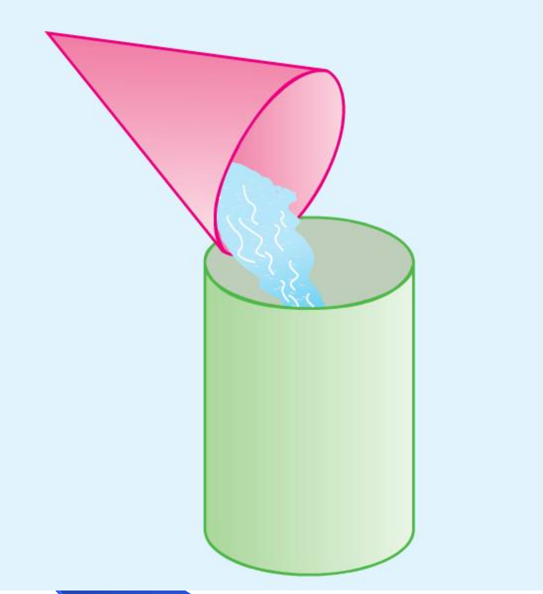
$$V_{pirâmide} = \frac{Abase \times altura}{3} = \frac{Ab \times h}{3}$$



$$V = 2 \times 4 \times 5 = 40\,cm^3 \qquad V = \frac{2 \times 4 \times 5}{3} = \frac{40}{3}\,cm^3$$

Volume do cone



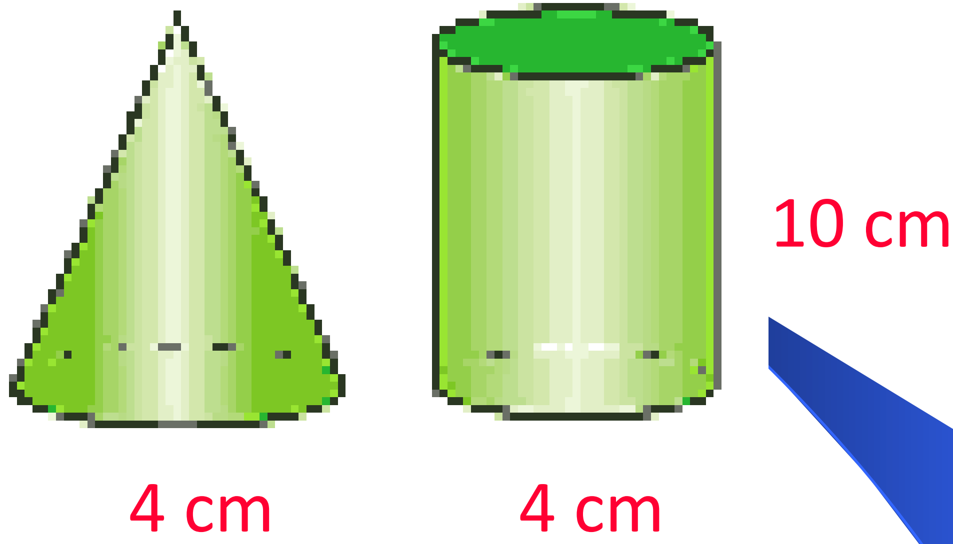


Se compararmos a capacidade de um cilindro com a de um cone **com a mesma base e a mesma altura**, observamos que são necessários três cones cheios de água para encher o cilindro.

Como o $Vcilindro = Ab \times h$ **então o**

$$V_{cone} = \frac{V_{cilindro}}{3} = \frac{Ab \times h}{3}$$

Exemplo:



Volume do cilindro:

$$V = 4\pi \times 10 = 40\,cm^3$$

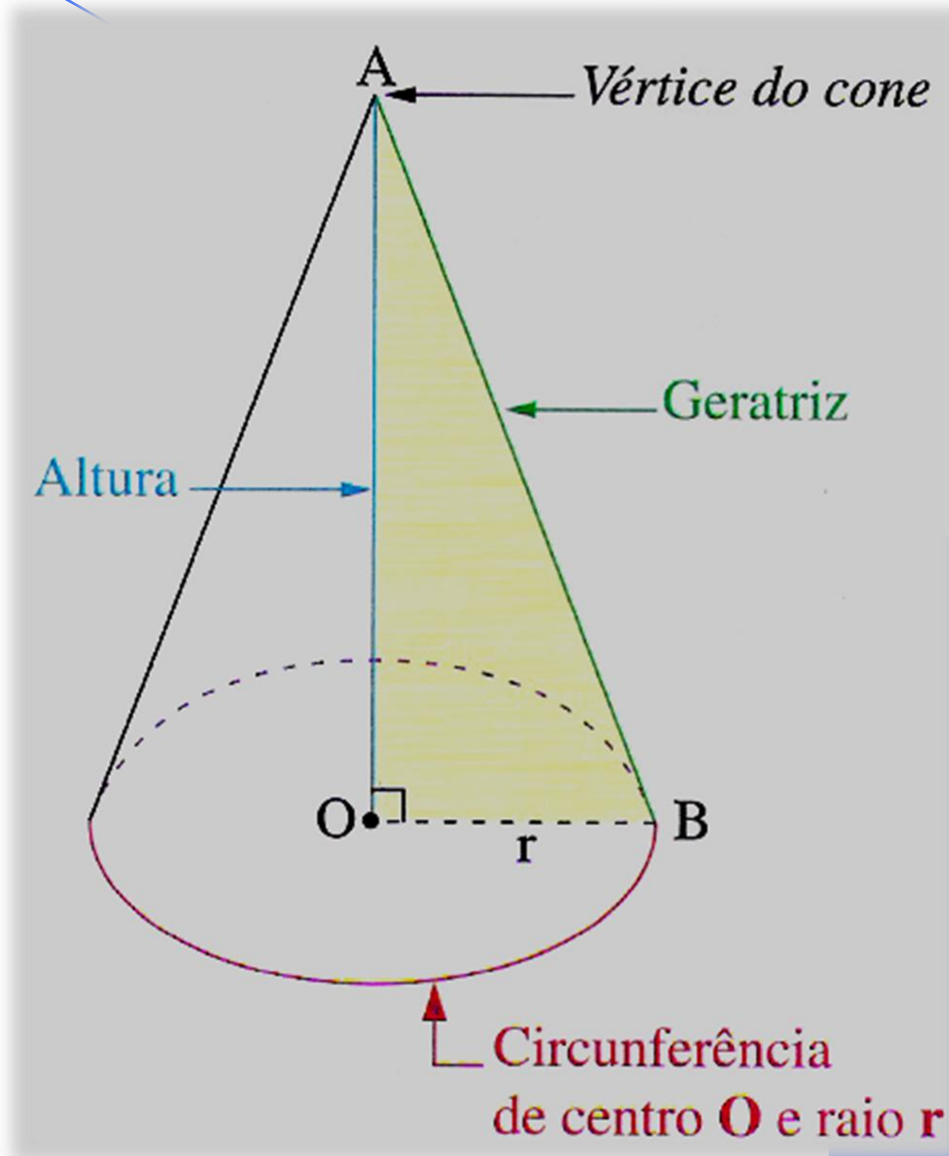
Volume do cone:

$$V = \frac{\pi \times 4 \times 10}{3} = \frac{40\pi}{3}cm^3$$

Área lateral e total do cone

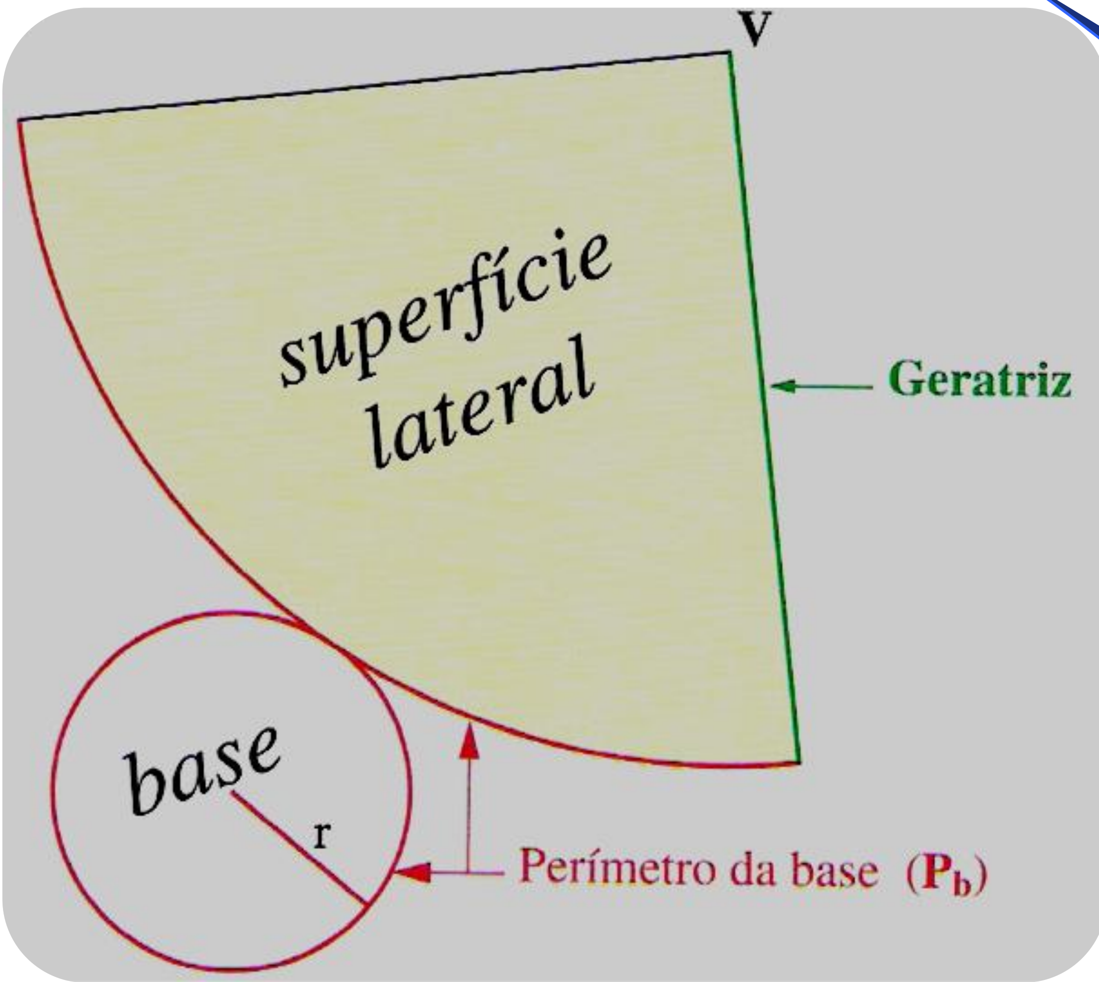
CONE

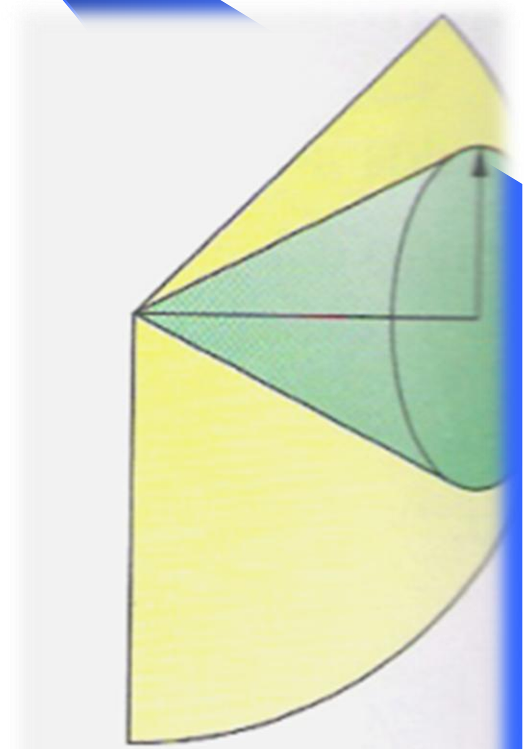
Se rodar o triângulo [AOB] em torno de um dos seus catetos, obtém-se um cone de revolução.



A planificação de um cone é formada por:

- ☞ um círculo, base do cone;
- ☞ um sector circular, superfície lateral.

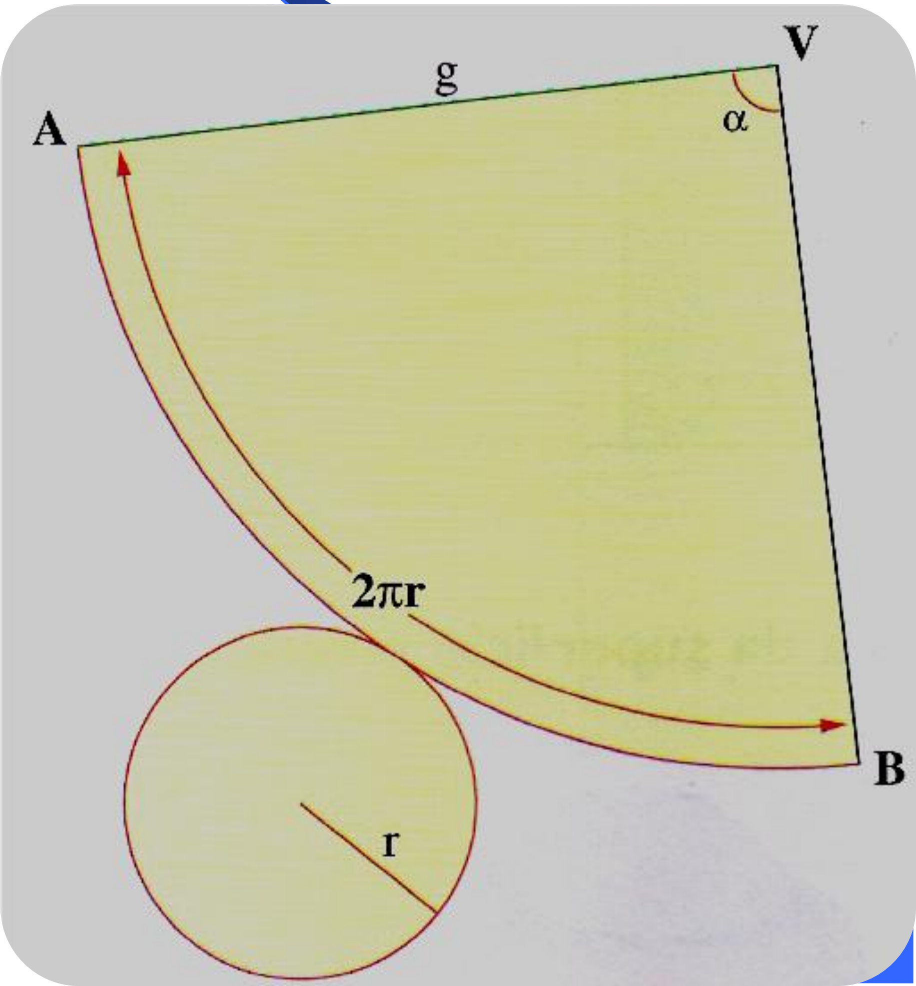


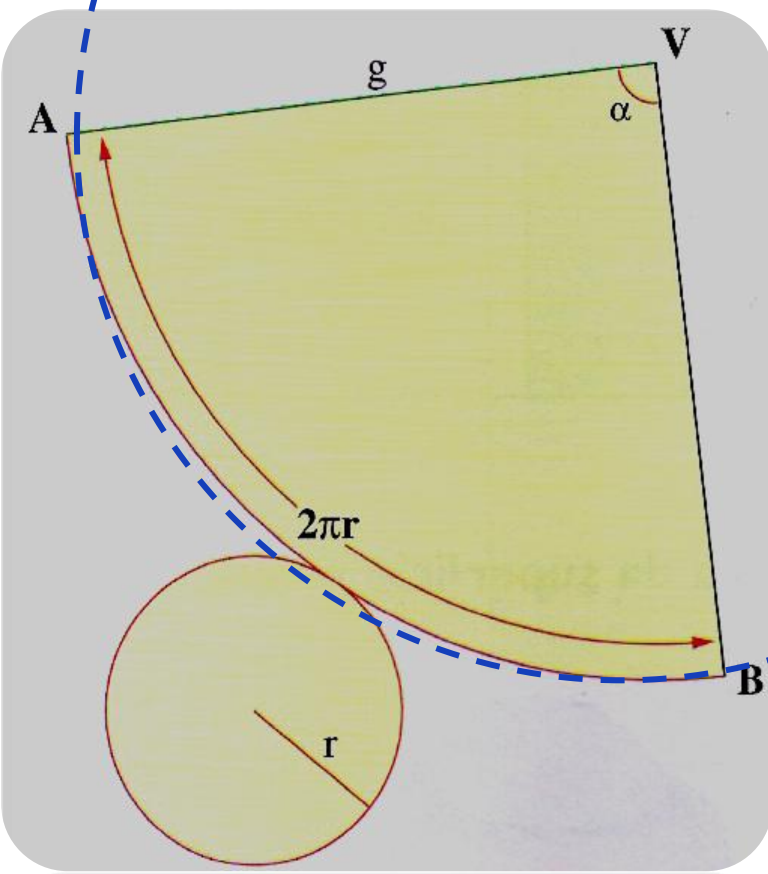


Então, qual será a área lateral de um cone?

A área lateral de um cone será igual à área do sector circular.

O raio do sector circular é a geratriz do cone.





$$\pi g^2 \;\text{———}\; 2\pi g$$

$$x \;\text{———}\; P_{base}$$

$$x = A_{sector\ circular}$$

$$x = \frac{P_b \times \pi g^2}{2\pi g} = \frac{P_b \times g}{2} = \frac{P_b}{2} \times g$$

ÁREA LATERAL DO CONE

$$A_{lateral\ do\ cone} = \frac{P_b}{2} \times g$$

$$= \frac{2\pi r}{2} \times g$$

$$= \pi r g$$

ÁREA TOTAL DO CONE

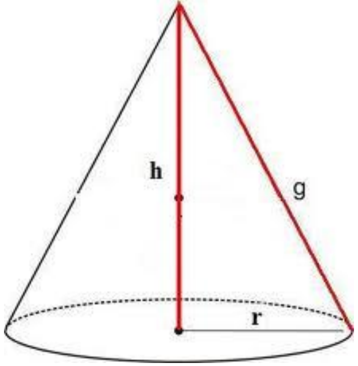
$$A_t = A_l + A_b$$

Exercício:

1. Escreve um pequeno texto onde expliques como se desenha a planificação do cone da figura.

2. Determina a amplitude do ângulo da planificação do cone. **120º**

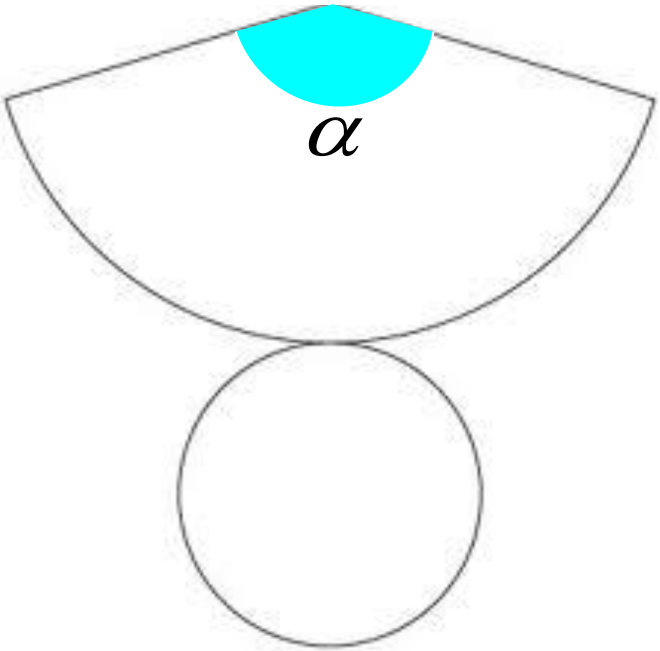
3. Calcula o valor exato da área total e do volume do cone.



r = 1 cm
g = 3 cm

$$A_t = 4\pi cm^2$$

$$V = \frac{\sqrt{8}}{3}\pi = \frac{2\sqrt{2}}{3}\pi cm^3$$

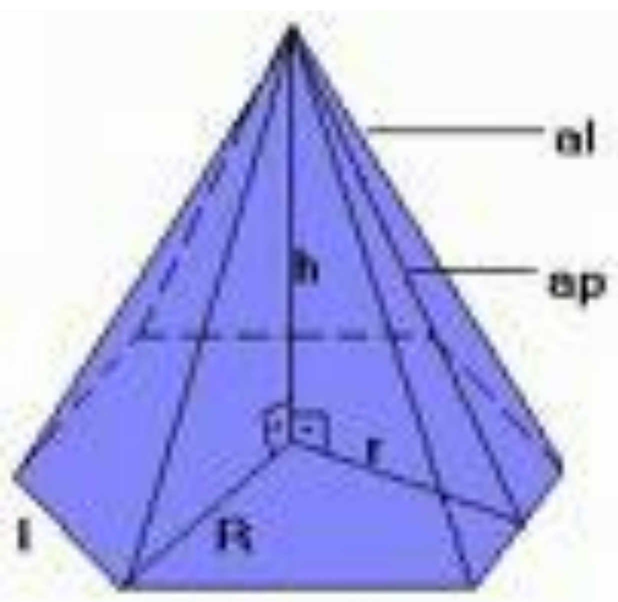


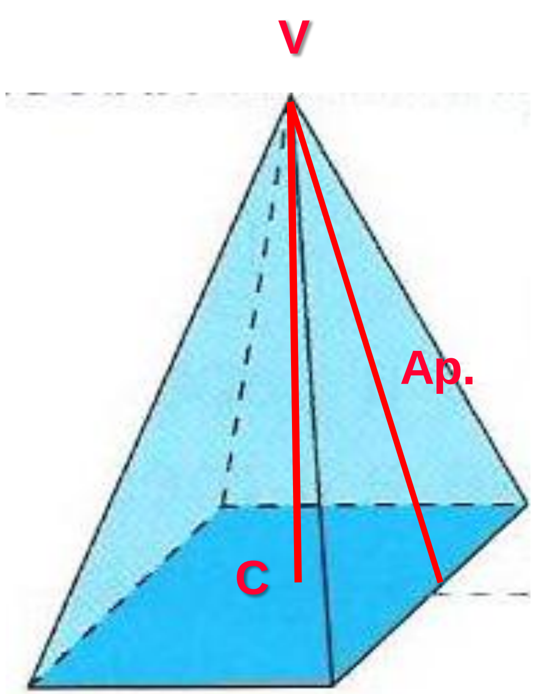
Área lateral e total da pirâmide

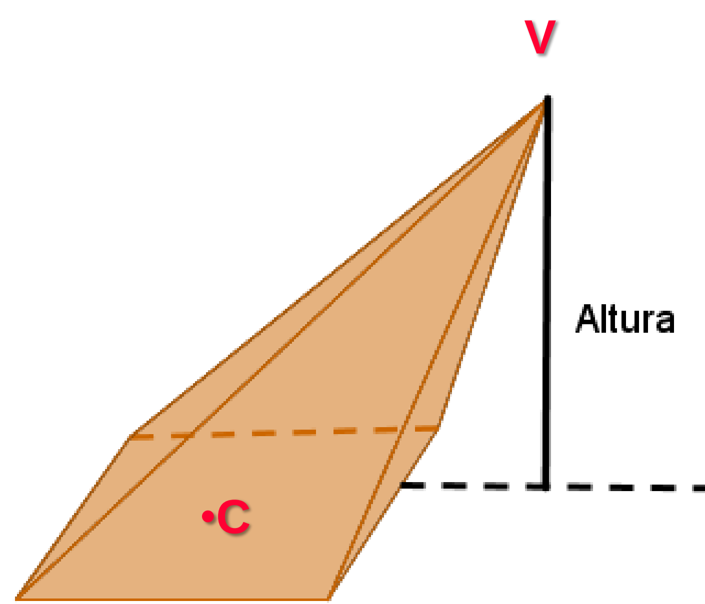
Pirâmides

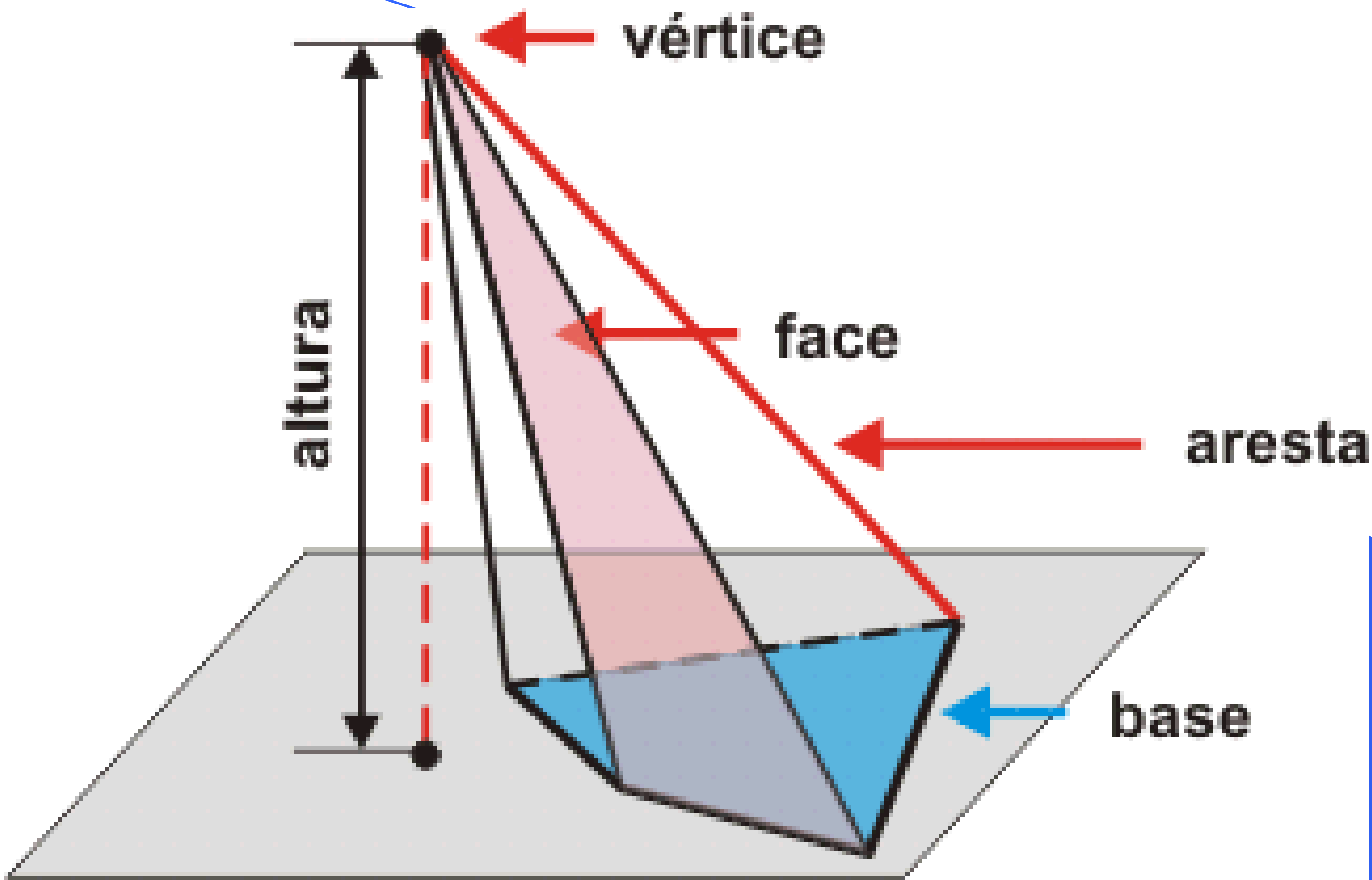
Apótema de uma pirâmide regular- é a altura de uma face lateral.

Uma pirâmide diz-se **reta**, se a projeção do vértice da pirâmide coincide com o centro da base. Uma pirâmide reta cuja base é um polígono regular diz-se uma **pirâmide regular**. Nas **pirâmides retas, as faces laterais são triângulos isósceles**. Quando a projeção do vértice não coincide com o centro do polígono da base, diz-se que a pirâmide é oblíqua Obviamente, nas pirâmides oblíquas as faces laterais não são triângulos isósceles.





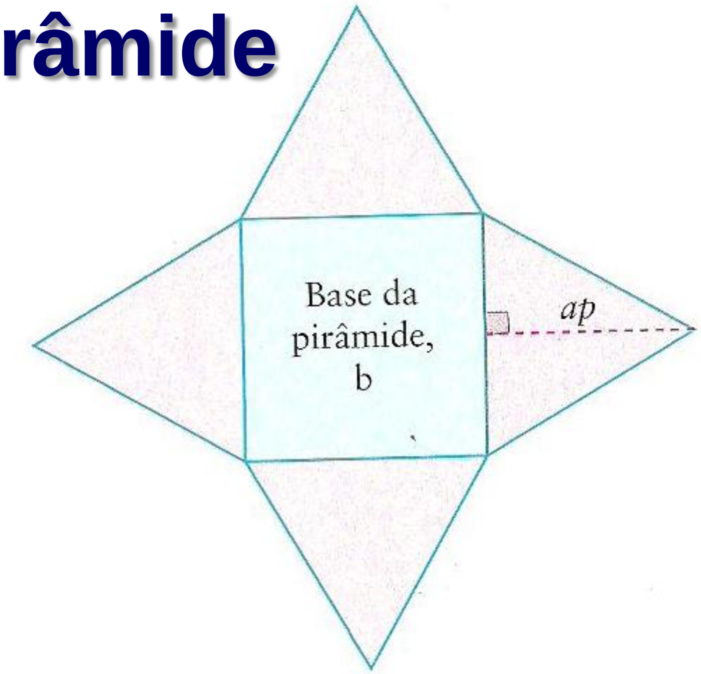




Altura de uma pirâmide é a distância do vértice da pirâmide ao plano da base.

À altura de cada uma das faces laterais chama-se apótema da pirâmide.

Área lateral e total de uma pirâmide

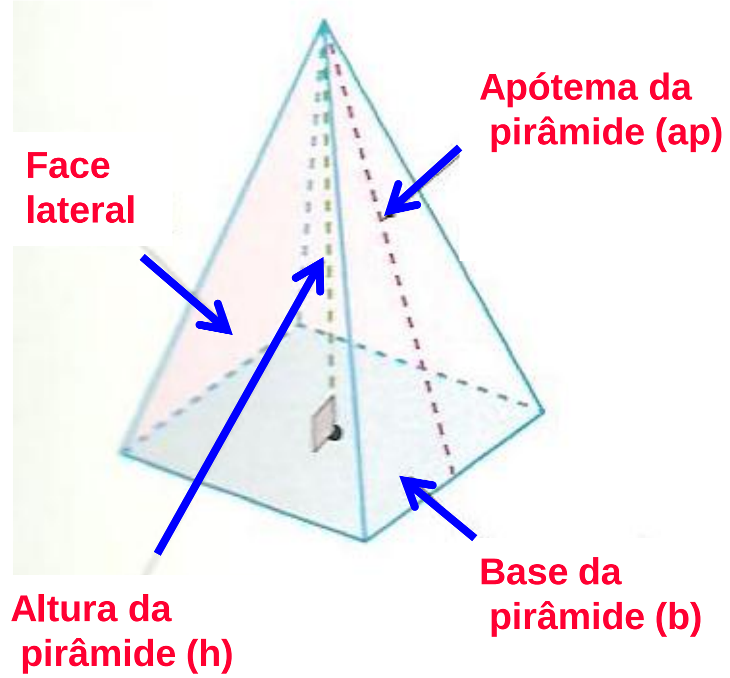


$$A_l = 4 \times \frac{b \times ap}{2} =$$

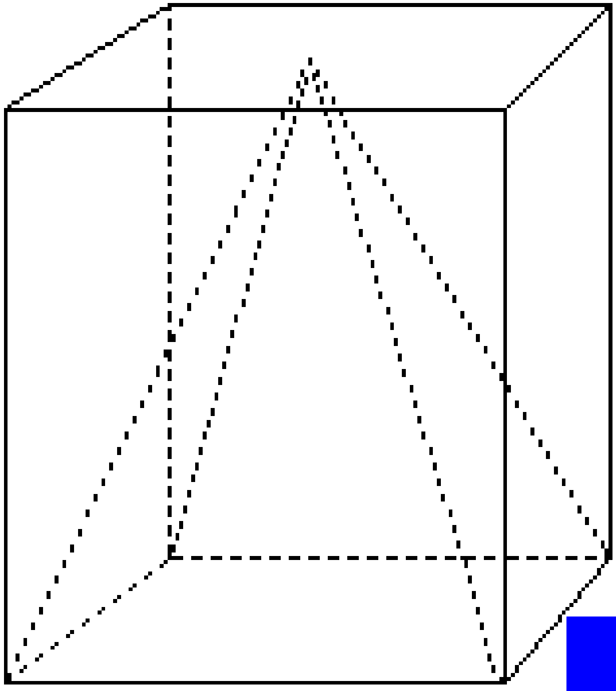
$$= \frac{4b}{2} \times ap = \frac{P_b}{2} \times ap$$

$$\boxed{A_l = \frac{P_b}{2} \times ap}$$

$$\boxed{A_t = A_l + A_b}$$



Na figura podes ver um prisma e uma pirâmide quadrangulares.



a) Sabendo que o volume da pirâmide é 96 metros cúbicos, determina o volume do prisma.

b) Determina o comprimento da aresta da base sabendo que a altura do prisma é 8 m.

Exercícios:
42 e 43 pág.115,
44 e 46 pág. 117
12 pág. 129
Pág. 130 todos
pág. 131 ex. 16