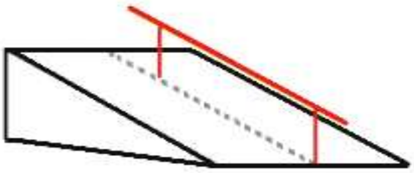
CRITÉRIOS DE PARALELISMO E DE PERPENDICULARIDADE

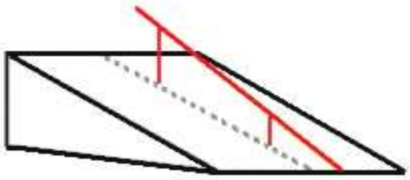
1. CRITÉRIO DE PARALELISMO ENTRE UMA RETA E UM PLANO

Como é que o carpinteiro pode ter a certeza de que o corrimão fica paralelo à rampa?

Ele pode ter a certeza de que o corrimão fica paralelo à rampa, uma vez que está paralelo a uma reta contida nesta.



O corrimão é paralelo a uma
Reta desenhada na rampa, por
isso é paralelo à rampa.



O corrimão não é paralelo a
nenhuma reta da rampa,
por isso não é paralelo à rampa.

Critério1: **Se uma reta é paralela a uma reta de um plano, é paralela ao plano.**

Quando utilizar o critério?

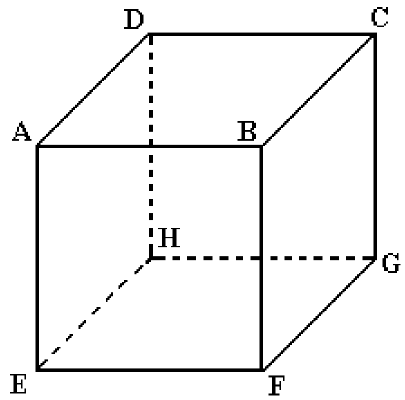
Quando se quer provar que uma reta é paralela a um plano.

Como utilizar o critério?

Basta encontrar no plano uma reta que seja paralela à reta dada.

Aplicação do critério:

Consideremos o seguinte cubo [ABCDEFGH].



Provemos que a reta BC é paralela ao plano EFG.

A reta BC é paralela ao plano EFG porque **é paralela à reta FG que está contida nesse plano**.

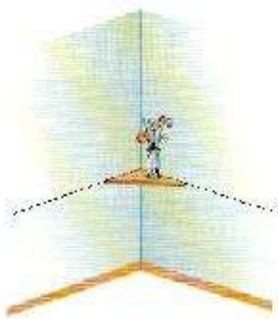
(Como os segmentos [BC] e [FG] são lados opostos de um quadrado então são paralelos e consequentemente as retas BC e FG também são paralelas)

Exercício 1

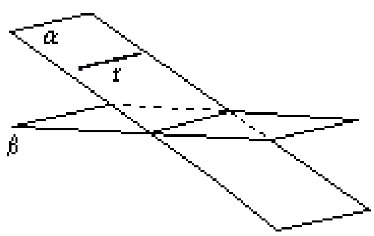
1. Prova que a reta AB é paralela ao plano EFG.
2. Prova que a reta AE é paralela ao plano DCG.
3. Prova que a reta DH é paralela ao plano BFG.

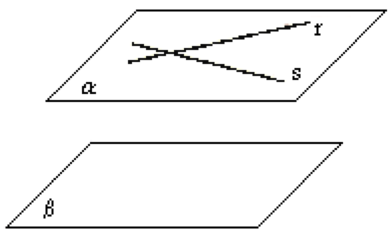
2. Critério de paralelismo entre dois planos

O Sr. Amaral queria colocar uma prateleira triangular no canto da sua sala, de modo a esta ficar na horizontal (obviamente!), isto é, paralela ao chão. Repara como ele executou a tarefa.



De facto, só há garantia de a prateleira estar paralela ao chão se os seus **dois** lados, que formam o canto, estiverem respetivamente **paralelos a duas retas concorrentes** (por exemplo, as que formam o canto) do plano do solo.





O plano α contém uma reta paralela ao plano β, mas os dois planos não são paralelos.
paralelos.

Se o plano α contém duas retas concorrentes paralelas ao plano β, então os dois planos são

Critério 2: **Se um plano contém duas retas concorrentes paralelas a outro plano, os planos são paralelos.**

Quando utilizar o critério?

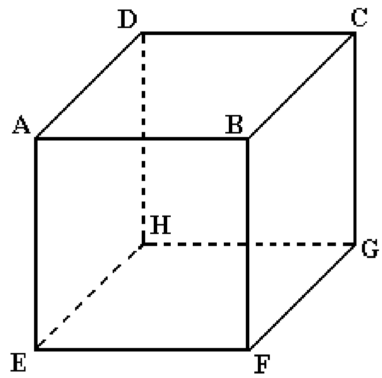
Quando se quer provar que um plano é paralelo a outro plano.

Como utilizar o critério?

Basta encontrar nesse plano duas retas concorrentes que sejam paralelas ao outro plano.

Aplicação do critério:

Consideremos o seguinte cubo [ABCDEFGH].
Provemos que o plano ABC é paralelo ao plano EFG.



O plano ABC é paralelo ao plano EFG porque contém duas recas concorrentes, AB e BC, que são paralelas ao plano EFG.

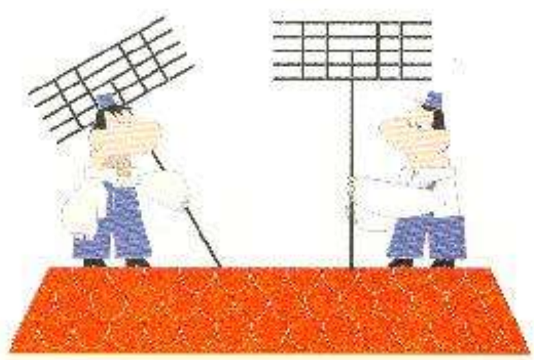
(A reca AB é paralela ao plano EFG porque é paralela à recta EF que está contida nesse plano; a reca BC é paralela ao plano EFG porque é paralela à reca FG que está contida nesse plano)

Exercício 2

1. Prova que o plano AEH é paralelo ao plano BFG.
2. Prova que o plano ABF é paralelo ao plano DHG.
3. Prova que o plano BCD é paralelo ao plano GFE.

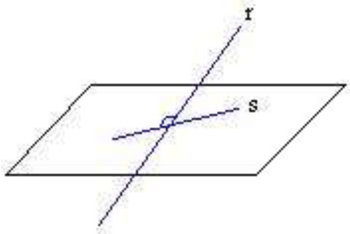
3. CRITÉRIO DE PERPENDICULARIDADE ENTRE UMA RECA E UM PLANO

Estes técnicos querem colocar no terraço uma antena que fique na vertical, isto é, perpendicular ao chão do terraço, visto este ser horizontal.

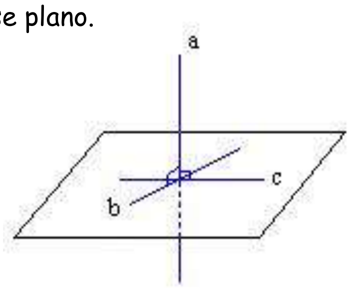


O Sr. Aníbal (à esquerda na figura) verificou com um esquadro que o varão que suporta a antena estava perpendicular a uma recta do plano horizontal. O Sr. Faustino (à direita na figura) achou melhor usar dois esquadros.

O Sr. Faustino é que tinha razão: para ver se uma recta é perpendicular a um plano, não basta verificar se ela é perpendicular a uma reta desse plano.



A reta r é perpendicular à reta s do plano mas não é perpendicular ao plano.



A reta a é perpendicular às retas b e c do plano, por isso é perpendicular ao plano.

<u>Critério</u>: **Se uma reta é perpendicular a duas rectas concorrentes de um plano, é perpendicular ao plano.**

<u>Quando utilizar o critério?</u>

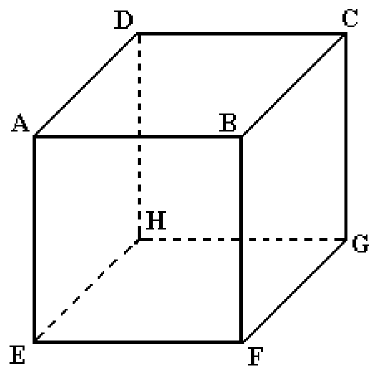
Quando se quer provar que uma reta é perpendicular a um plano.

<u>Como utilizar o critério?</u>

Basta encontrar no plano duas retas concorrentes que sejam perpendiculares à reta dada.

<u>Aplicação do critério:</u>

Consideremos o seguinte cubo [ABCDEFGH].
Provemos que a reta BF é perpendicular ao plano EFG.



A recta BF é perpendicular ao plano EFG porque **é perpendicular às retas EF e FG que são concorrentes e que estão contidas no plano EFG**.

(Como os lados adjacentes de um quadrado são perpendiculares, os segmentos [BF] e [EF] são perpendiculares e consequentemente as retas BF e EF também o são. Da mesma

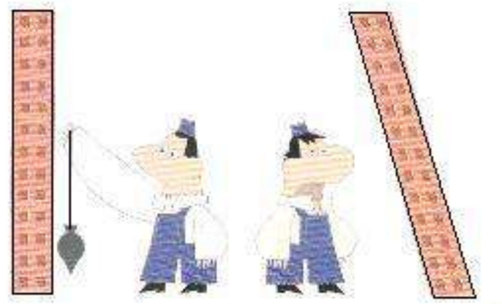
maneira se prova que as retas BF e FG
são perpendiculares)

Exercício 3

1. Prova que a reta AE é perpendicular ao plano EFG.
2. Prova que a reta AB é perpendicular ao plano CGF.
3. Prova que a reta HD é perpendicular ao plano ABC.

4. CRITÉRIO DE PERPENDICULARIDADE ENTRE DOIS PLANOS

Os dois operários querem construir uma parede de tijolo na vertical. Um deles utiliza o fio de prumo, que é um fio com um peso na ponta para indicar a posição vertical, isto é, a direcção perpendicular a um plano horizontal. O outro fez tudo «a olho».



De facto para verificar que um plano está vertical basta verificar que ele contém uma reta vertical, ou seja, uma reta perpendicular ao plano horizontal. É por isso que se usa o fio de prumo.

Critério 4: Se um plano contém uma reta perpendicular a outro plano, os dois planos são perpendiculares.

Quando utilizar o critério?

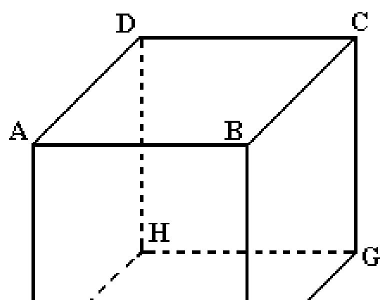
Quando se quer provar que um plano é perpendicular a outro plano.

Como utilizar o critério?

Basta encontrar nesse plano uma reta perpendicular ao outro plano.

Aplicação do critério:

Consideremos o seguinte cubo [ABCDEFGH].



Provemos que o plano ABF é perpendicular ao plano EFG.

O plano ABF é perpendicular ao plano EFG porque contém a reta BF que é perpendicular ao plano EFG.

(A reta BF é perpendicular ao plano EFG porque é perpendicular às retas EF e FG que são concorrentes e que estão contidas no plano EFG)

Exercício 4

1. Prova que o plano ABC é perpendicular ao plano ABF.
2. Prova que o plano EHG é perpendicular ao plano BFG.
3. Prova que o plano ABD é perpendicular ao plano HDC.